



Mathematik – Materialien für einen kompetenzorientierten Unterricht Förderschwerpunkt Lernen Schuljahrgänge 1 - 9

Hinweise zum langfristigen Umgang mit pandemiebedingten Lernrückständen

Die besonderen Umstände in den Schuljahren 2019/20 und 2020/21 erfordern eine langfristige Strategie zur Sicherstellung zentraler Grundvorstellungen und Basiskompetenzen. Um die damit verbundene Fokussierung auf besonders relevante Kompetenzen und Inhalte zu ermöglichen, sind in den oben genannten Materialien einige Kompetenzen als optional gekennzeichnet. Für die gelb unterlegten Kompetenzen wird empfohlen, auf deren Thematisierung im Unterricht zugunsten der angestrebten Fokussierung zu verzichten. Falls darüber hinaus zeitliche Freiräume für die Sicherstellung zentraler Grundvorstellungen und Basiskompetenzen benötigt werden, kann auch auf die Thematisierung der blau unterlegten Kompetenzen verzichtet werden.

Die Dauer der Gültigkeit der Kennzeichnungen ergibt sich aus der folgenden Tabelle.

Gültigkeit der Kennzeichnungen	2019/20	2020/21	2021/22	2022/23	2023/24	2024/25
Schuljahrgang 5/6	ja	ja	ja	nein*	nein*	nein
Schuljahrgang 7/8	ja	ja	ja	ja	ja	nein
Schuljahrgang 9/10	ja	ja	ja	ja	ja	nein*

*Zu gegebener Zeit wird geprüft, ob die Gültigkeit der Kennzeichnungen ausgeweitet wird.

Die Gültigkeit für bereits vergangene Schuljahre bedeutet, dass farbig gekennzeichnete Kompetenzen, die nicht erworben werden konnten, nur dann nachträglich erworben werden müssen, wenn sie zu einem späteren Zeitpunkt eine Lernvoraussetzung bilden.

Zusätzlich zu diesen Hinweisen finden Sie an ausgewählten Stellen **Detailhinweise**. Diese greifen die Hinweise des Niedersächsischen Kultusministeriums für das Schuljahr 2020/21 vom 7. August 2020 in der Broschüre „Umgang mit coronabedingten Lernrückständen“ auf und konkretisieren sie.

Die Detailhinweise dienen im Wesentlichen dazu

- Zentrale Grundvorstellungen und Basiskompetenzen zu betonen,
- Synergieeffekte durch Verknüpfen von Inhalten aufzuzeigen,
- Möglichkeiten für exemplarisches Lernen darzulegen und
- Optionen für Priorisierungen und Straffungen vorzuschlagen, damit die Fachgruppen die Tiefe der Bearbeitung festlegen können.

In den Hinweisen zu den Kompetenzbereichen werden die jeweiligen Grundvorstellungen und Basiskompetenzen beschrieben. Möglichkeiten zur Reduktion und Fokussierung sind dabei durch grüne Markierungen besonders hervorgehoben.

Detailhinweise zu den einzelnen Kompetenzbereichen finden sich in den Kapiteln 3.1 und 3.2.

Trotz der Priorisierung des Faches Mathematik im Primarbereich ist auch zu Beginn des Sekundarbereichs I gegebenenfalls damit zu rechnen, dass bestimmte Kompetenzen nicht erworben wurden. Dies betrifft insbesondere die Kompetenzbereiche „Raum und Form“, „Messen“ und „Daten und Zufall“ (vgl. Seite 3 in der Broschüre [„Umgang mit coronabedingten Lernrückständen“](#)).

Aufgrund unterschiedlicher Rahmenbedingungen kann es in verschiedenen Lerngruppen zu unterschiedlichem Umgang mit coronabedingten Lernrückständen gekommen sein. Eine sorgfältige Dokumentation der Priorisierungen und Reduktionen insbesondere beim Wechsel der Fachlehrkraft ist daher von Bedeutung. Die Fachkonferenzen treffen entsprechende Absprachen.

Förderschwerpunkt Lernen

Schuljahrgänge 1 - 9

**Fachbereich
Mathematik-
Naturwissenschaften**

Inhalt**Seite****Fachbereich Mathematik****3****Fachbereich Naturwissenschaften****87**

Förderschwerpunkt Lernen

Schuljahrgänge 1 - 9

**Fachbereich
Mathematik**

Inhalt	Seite
1 Bildungsbeitrag des Fachs Mathematik	5
2 Unterrichtsgestaltung im Fach Mathematik	6
3 Erwartete Kompetenzen	10
3.1 Prozessbezogener Kompetenzbereich	12
Modellieren	
Problemlösen	19
Argumentieren	24
Kommunizieren	28
Darstellen/Didaktisches Material verwenden	34
Symbolische, formale und technische Elemente	43
3.2 Inhaltsbezogener Kompetenzbereich	48
Zahlen und Operationen	
Größen und Messen	57
Raum und Form	62
Muster und Strukturen/Funktionaler Zusammenhang	70
Daten und Zufall	77
4 Leistungsfeststellung und Leistungsbewertung	82
5 Aufgaben der Fachkonferenz	84

1 Bildungsbeitrag des Fachs Mathematik

Mathematische Bildung soll dazu beitragen, dass Schülerinnen und Schüler kompetent und verantwortungsvoll sich selbst und anderen gegenüber handeln. Der Mathematikunterricht im Förderschwerpunkt Lernen trägt unter Berücksichtigung nachfolgender Aufgaben zur Bildung junger Menschen bei.

Befähigung zur praktischen Lebensbewältigung

Mathematik verbirgt sich in vielen Phänomenen der uns umgebenden Welt. Die Schülerinnen und Schüler erfahren Mathematik als nützliches Werkzeug mit vielfältigen Anwendungen im beruflichen und privaten Bereich. Sie bietet ihnen Orientierung in einer durch Technik und Ökonomie geprägten Welt und ermöglicht dadurch die aktive Teilnahme am gesellschaftlichen Leben.

Befähigung zur Weltorientierung und zur Wahrnehmung der Mathematik als Kulturgut

Die Mathematik und ihre Art der Erkenntnisgewinnung sind eine historisch gewachsene kulturelle Er rungenschaft. Mathematische Begriffe und Methoden entwickelten sich an Fragestellungen und Problemen, die auch an gesellschaftliche und praktische Bedingungen gebunden sind. Mathematik ist kein abgeschlossener Wissenskanon, sondern lebendiges und fantasievolles Handeln, das auf menschlicher Kreativität beruht.

Die Schülerinnen und Schüler erkennen die Mathematik als eine mächtige, aber auch begrenzte Möglichkeit der Weltwahrnehmung, Beschreibung der Umwelt und Erkenntnisgewinnung.

Die Universalität der Mathematik und ihre Bedeutung für die Gesamtkultur können anhand zentraler Ideen exemplarisch erfahrbar gemacht werden. Die Inhaltsbereiche „Zahlen und Operationen“, „Raum und Form“, „Funktionaler Zusammenhang“, „Größen und Messen“ und „Daten und Zufall“ sind solche Schnittstellen zwischen Mathematik und übriger Kultur.

Befähigung zum rationalen Handeln und zum kritischen Vernunftgebrauch

Der Mathematikunterricht fördert in einer diskursiven Unterrichtskultur die intellektuelle Entwicklung. Dieses geschieht u.a. durch das Erkunden von Zusammenhängen, das Entwickeln und Untersuchen von Strukturen, das Systematisieren und Verallgemeinern von Einzelfällen sowie das Begründen von Aussagen. Dadurch erweitern die Schülerinnen und Schüler ihren Wahrnehmungs- und Urteilshorizont sowie ihre Kritikfähigkeit und Urteilskompetenz.

Befähigung zum sozialen Handeln und eigenverantwortlichen Lernen

Der Mathematikunterricht leistet einen Beitrag zur Entwicklung der Person und zur Sozialkompetenz. Im Lernprozess übernehmen die Schülerinnen und Schüler Verantwortung für sich und andere und entwickeln Vertrauen in die eigenen Fähigkeiten. Der Entwicklung selbständigen Arbeitens und eigenverantwortlichen Lernens kommt im Unterricht eine besondere Bedeutung zu. Kommunikations- und Kooperationsfähigkeit werden durch gemeinschaftliches Arbeiten an mathematischen Fragestellungen und Problemen gefördert.

2 Unterrichtsgestaltung im Fach Mathematik

Kompetenzentwicklung

Kompetenzen werden in einem länger andauernden Lernprozess aufgebaut. Es ist Aufgabe des Mathematikunterrichts, die Kompetenzentwicklung der Schülerinnen und Schüler anzuregen, zu unterstützen, zu fördern und zu sichern. Lernen im Mathematikunterricht gelingt nicht in der passiven Übernahme dargebotener Informationen, sondern ist ein aktiver Prozess, in dem die Schülerinnen und Schüler das Unterrichtsangebot vor dem Hintergrund ihrer Wissensstruktur interpretieren und diese umstrukturieren und erweitern. Individuelle Lernwege und Ergebnisse müssen zugelassen und nutzbar gemacht werden.

Dem kumulativen Kompetenzaufbau kommt eine besondere Bedeutung zu. Einmal erworbene Kompetenzen müssen dauerhaft verfügbar gehalten werden, damit Weiterlernen gelingt. Dies kann dadurch erreicht werden, dass Lerninhalte durch geeignete Wiederholungen und Übungen unter immer neuen Gesichtspunkten dargeboten werden und früher erworbene Fähigkeiten und Fertigkeiten im Zusammenhang mit neuen Inhalten effizient wiederholt und vertieft werden. Kumulatives Lernen stützt die Lernmotivation durch Erleben von Kompetenzzuwachs. Bereits vorhandene und neu erworbene Kompetenzen werden vernetzt und die Basis für zukünftigen Kompetenzerwerb wird angelegt. Der im Sekundarbereich zu leistende Kompetenzaufbau schließt an den im Primarbereich begonnenen an.

Kooperation von Schülerinnen und Schülern

Kooperative Arbeitsformen ermöglichen nicht nur soziales, sondern auch ein vertieftes kognitives Lernen. Für den Aufbau flexibel anwendbarer Kompetenzen sind Partner-, Gruppen- und Projektarbeit unverzichtbare Arbeitsformen. Sie veranlassen dazu, Gedanken sprachlich zu fassen, zu argumentieren, andere Perspektiven einzunehmen und mit abweichenden Ansichten und Urteilen umzugehen. Die Bereitschaft zur gemeinsamen Arbeit wird gefördert. Durch erfolgreiche Arbeit wird Teamarbeit als hilfreich angesehen. Daher müssen die Aufgabenstellungen so angelegt sein, dass Kooperation sinnvoll wird und die Schülerinnen und Schüler durch die Zusammenarbeit für ihr Lernen profitieren.

Verantwortung für das eigene Lernen

Nennenswerte Erkenntnis- und Lernfortschritte erzielen die Schülerinnen und Schüler nur dann, wenn sie systematisch, konzentriert und ausdauernd vorgehen. Die Bereitschaft und die Fähigkeit, selbstverantwortlich und selbstreguliert zu lernen und dabei wirksame Strategien anzuwenden, müssen schrittweise entwickelt werden. Der Mathematikunterricht kann zur Entwicklung dieser Kompetenzen beitragen, indem den Schülerinnen und Schülern Gelegenheit gegeben wird, eigenständig Lösungen zu erarbeiten, unterschiedliche Übungsformen zu erproben sowie ihr Lernen selbst zu strukturieren und zu überwachen. Lernen und Arbeiten müssen im Mathematikunterricht so organisiert und strukturiert werden, dass individuelle Lernprozesse wirkungsvoll und nachhaltig angelegt werden.

Umgang mit Fehlern

Um- und Irrwege sind Teil des Modellierungs- und Problemlöseprozesses.

Fehler sind natürliche Begleiterscheinungen des Lernens. Sie geben Einblicke in die Denkweisen von Schülerinnen und Schülern und sind Anlass zur Reflexion von Lösungsstrategien. Fehler müssen von allen am Unterricht Beteiligten akzeptiert und konstruktiv genutzt werden (siehe auch Leistungsfeststellung und -bewertung). Die Analyse individueller Fehler ermöglicht den Lehrenden Rückschlüsse hinsichtlich mathematischer Vorstellungen und Kompetenzen und ist damit wichtige Grundlage der sonderpädagogischen Förderplanung.

Individuelle Förderung

Auf der Grundlage der in den Materialien formulierten Erwartungen kann mit geeigneten Verfahren die Lernausgangslage der Schülerinnen und Schüler bestimmt werden. Die Kompetenzstandermittlung ist Voraussetzung, um den Unterricht auf die Lerngruppe abzustimmen und sowohl leistungsschwache als auch leistungsstarke Schülerinnen und Schüler kompetenzorientiert fördern zu können. Förderung sollte immer auf dem Vorhandenen aufbauen und nicht auf den Schwächen und Defiziten.

Ausgehend von einer Analyse der Lernausgangslage werden im individuellen Förderplan die konkreten Ziele und Maßnahmen fachlicher Förderung benannt und nach einem vorher definierten Zeitraum evaluiert.

Fördermaßnahmen sind immer prozessorientiert. Ihre Ergebnisse und Fortschreibung bestimmen die Auswahl von Lernangeboten sowie die Planung und Durchführung von differenzierendem und individualisierendem Unterricht. Ziel ist der Erwerb anschlussfähigen Wissens, um so den Schülerinnen und Schülern einen größtmöglichen Umfang schulischer, beruflicher und gesellschaftlicher Integration zu ermöglichen (siehe dazu: Sonderpädagogische Förderung, RdErl. d. MK. v. 1.2.2005)

Umgang mit Medien

In der Auseinandersetzung mit Medien im Unterricht eröffnen sich den Schülerinnen und Schülern erweiterte Möglichkeiten der Wahrnehmung, des Verstehens und Gestaltens. Eine bewusste Nutzung der Medienvielfalt erfordert Strategien der Informationssuche und Informationsprüfung wie das Erkennen und Formulieren des Informationsbedarfs, das Identifizieren und Nutzen unterschiedlicher Informationsquellen, das Identifizieren und Dokumentieren der Informationen sowie das Prüfen auf thematische Relevanz, sachliche Richtigkeit und Vollständigkeit. Derartige Strategien sind Elemente zur Erlangung übergreifender Methodenkompetenz.

Die Nutzung von Medien dient der fachspezifischen Informationsbeschaffung. Die Analyse mathemathaltiger Informationen aus Printmedien, dem Fernsehen und dem Internet fördert den kritisch-konstruktiven Umgang mit Kommunikationsmedien. Der gezielte Einsatz dieser Medien unterstützt den selbständigen Kompetenzaufbau. Elektronische Werkzeuge und Medien erweitern das mathematische Arbeiten, indem sie spezifische Möglichkeiten zum Lösen mathematischer Probleme, zur Gewinnung mathematischer Erkenntnisse und zur Darstellung mathematischer Sachverhalte bieten.

Rolle der Aufgaben

Im Mathematikunterricht nehmen Aufgaben eine zentrale Stellung ein. Über Aufgaben werden Lernprozesse gesteuert. An ihnen werden Kompetenzen aufgebaut, gesichert und überprüft.

Der nachfolgende Kommentar zu den prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen wird deshalb durch ausgewählte Aufgabenbeispiele konkretisiert.

Aufgaben werden in Lernsituationen genutzt, um

- die Lernausgangslage festzustellen,
- die Einführung neuer Begriffe und Verfahren vorzubereiten und durchzuführen,
- intelligente Übungsmöglichkeiten zum Wiederholen und Festigen bereitzustellen,
- mathemathikhaltige Probleme aus der Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler aufzugreifen,
- den Erfolg des Kompetenzaufbaus zu ermitteln.

In Leistungssituationen nutzt man Aufgaben

- zur individuellen Leistungsfeststellung,
- zur Qualitätssicherung von Unterricht.

Die Entwicklung inhalts- und prozessbezogener Kompetenzen im Mathematikunterricht der Förderschule erfolgt häufig über die Bearbeitung von Aufgaben. Der Erwerb der prozessbezogenen Kompetenzen kann grundsätzlich an jedem Inhalt erfolgen. Dabei ist immer die Frage nach der Art der Behandlung im Unterricht zu stellen. Eine Aufgabe kann stark auf inhaltsbezogene Kompetenzen reduziert behandelt werden oder im Sinne differenzierter, individualisierter und prozessbezogener Kompetenzen offen bearbeitet werden, d.h. eine Aufgabe und die über sie zu fördernden Kompetenzen sind immer von der didaktisch-methodischen Aufbereitung im Unterricht abhängig. So können auch Aufgaben, die auf die Festigung einer inhaltsbezogenen Kompetenz ausgerichtet sind, durch Variationen, Ergänzungen und eine offenere Behandlung, die die individuellen Lernwege der Schülerinnen und Schüler herausfordert, zur Entwicklung prozessbezogener Kompetenzen beitragen.

Wie sich Aufgaben in den Dienst des Kompetenzerwerbs stellen lassen, soll an einem Beispiel verdeutlicht werden:

- | | | |
|------------------------------|-------------------------------|---|
| $39 + 8 = \underline{\quad}$ | $17 + 80 = \underline{\quad}$ | a. Addiere! |
| $40 + 7 = \underline{\quad}$ | $27 + 70 = \underline{\quad}$ | b. Finde weitere Aufgaben zu den Päckchen! |
| $41 + 6 = \underline{\quad}$ | $37 + 60 = \underline{\quad}$ | c. Erfinde selbst solche Päckchen! Warum sind die Ergebnisse eines Päckchens immer gleich? Findest du Zusammenhänge zwischen den einzelnen Päckchen? Beschreibe und begründe! |

Die Schülerinnen und Schüler ...

zu a: lösen diese Aufgabe durch Anwendung erworbener Fertigkeiten.

zu b: finden eine Regelmäßigkeit, ein Muster, also strukturelle Zusammenhänge zwischen den Aufgaben innerhalb eines Päckchens.

zu c: beschreiben und begründen die entdeckten Gesetzmäßigkeiten.

Die Bearbeitung der Teilaufgabe a) erfordert geringere kognitive Fähigkeiten als die der Teilaufgaben b) und c). Für den Kompetenzaufbau ist die angemessene Berücksichtigung unterschiedlicher kognitiver Anforderungsbereiche bedeutsam.

Für die Konstruktion von Aufgaben wird mit Bezug auf die länderübergreifenden Bildungsstandards auf drei Anforderungsbereiche zurückgegriffen:

Anforderungsbereich I Reproduzieren	Anforderungsbereich II Zusammenhänge herstellen	Anforderungsbereich III Verallgemeinern und Reflektieren
Das Lösen der Aufgabe erfordert Grundwissen und das Ausführen von Routinetätigkeiten (Rechnen oder Konstruieren nach vorgegebenen Regeln)	Das Lösen der Aufgabe erfordert das Erkennen und Nutzen von Zusammenhängen.	Das Lösen der Aufgabe erfordert komplexe Tätigkeiten wie Strukturieren, Entwickeln von Strategien, Beurteilen und Verallgemeinern Bei der Bearbeitung der Aufgaben muss ein Zusammenhang zwischen bereits erworbenen Kompetenzen hergestellt werden.

Zum kontinuierlichen und ausgewogenen Kompetenzaufbau müssen sich die Schülerinnen und Schüler mit Aufgaben aller drei Anforderungsbereiche auseinandersetzen. Entscheidend für die Auswahl und die Entwicklung von Aufgaben ist der reichhaltige und ausgewogene Bezug zu den prozessbezogenen und inhaltsbezogenen Kompetenzen.

Aufgaben der Anforderungsbereiche II und III, die prozessbezogene Kompetenzen effektiv fördern,

- sind authentisch von der Sache her, d.h. die Problemstellung hat eine inner- oder außer-mathematische Relevanz und fordert tatsächlich originäres mathematisches Denken,
- sind authentisch in Bezug zu den Lernenden, d.h. die Schülerinnen und Schüler nehmen die Problemstellung tatsächlich an und lassen sich auf sie ein,
- stellen das Mathematisieren und das Finden angemessener Lösungswege ins Zentrum und nicht das Rechnen und Abarbeiten von Rechenschritten mit vorgegebener Reihenfolge,
- sind auf die Diskussion und Reflexion unterschiedlicher Lösungen und unterschiedlicher Lösungswege angelegt und damit nicht nur ergebnisorientiert,
- fordern in einem weiter gesteckten, aber klar begrenzten Rahmen selbständige Leistungen,
- haben Aufforderungscharakter und ermuntern zu unterschiedlichen Zugangsweisen wie Probieren, Experimentieren, Messen, Skizzieren, Zeichnen, Argumentieren, Analysieren, Darstellen etc.

Solche Aufgaben sind komplexer und reichhaltiger als die häufig verwendeten, meist auf eine Lösung und einen Lösungsweg zugeschnittenen Aufgaben. Sie führen nicht zu möglichst schnellen oder kurzen Lösungen, sondern geben den Schülerinnen und Schülern Gelegenheit, Erfahrungen zu sammeln. Sie legen das Problem nicht gegliedert vor, sondern lassen Fallunterscheidungen, verschiedene Untersuchungen, Blickrichtungen, Herangehensweisen und Standpunkte zu bzw. provozieren diese.

Aufgaben, die prozessbezogene Kompetenzen fördern, tragen zum effektiven und nachhaltigen Aufbau und zur Sicherung inhaltsbezogener Kompetenzen bei.

Die zentrale Stellung prozessbezogener Kompetenzen

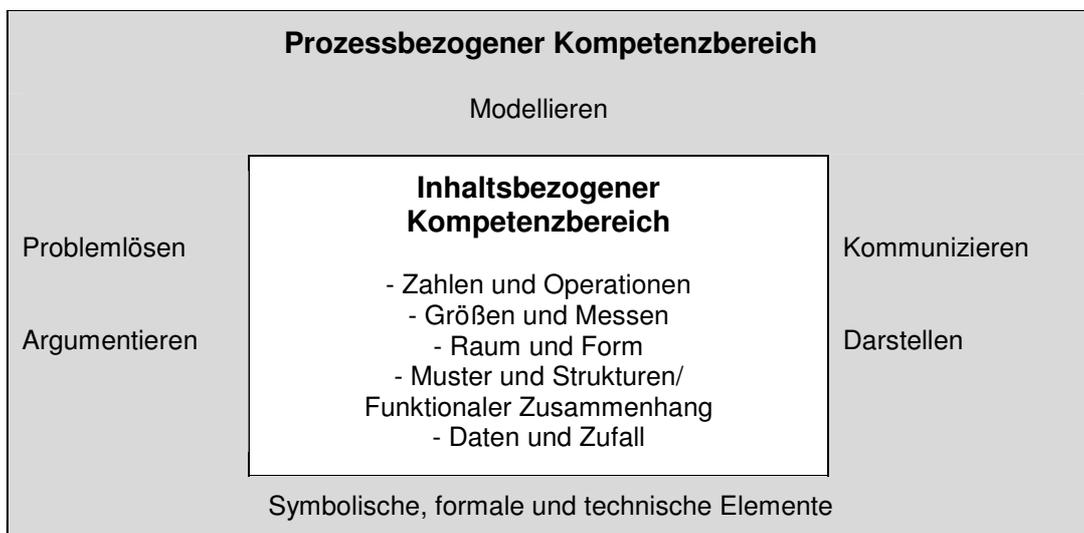
Aufgaben sollen zum Modellieren und Problemlösen anregen. Die Schülerinnen und Schüler müssen sach- und adressatenangemessen kommunizieren und argumentieren; sie müssen Darstellungen zur Präsentation ihrer Lösungswege und Ergebnisse erstellen und technische Hilfsmittel nutzen. Nicht das Rechnen steht im Mittelpunkt, sondern das Mathematisieren und das Finden angemessener Lösungswege.

Aufgaben können auch Kompetenzen aus mehreren inhaltsbezogenen Kompetenzbereichen fördern. Es wird gemessen, es wird mit Zahlen und Größen operiert, es werden Daten erhoben und dargestellt und es werden funktionale Zusammenhänge angenommen.

Offene Aufgaben regen zu unterschiedlichen Lösungswegen an und beinhalten diverse Differenzierungsmöglichkeiten. Individuelle Lernwege und Ergebnisse sowie Um- und Irrwege werden zugelassen und nutzbar gemacht. Früher erworbene Kenntnisse werden systematisch mit neuen vernetzt. Dadurch, dass den Schülerinnen und Schülern Gelegenheit gegeben wird, eigenständig Lösungen zu erarbeiten, wird der Aufbau von Verantwortung für das eigene Lernen gestärkt.

3 Erwartete Kompetenzen

Kompetenzbereiche:



Erläuterung zum Aufbau der Materialien

Das den Materialien zugrunde liegende Modell des Kompetenzerwerbs gliedert sich in prozess- und inhaltsbezogene Kompetenzbereiche.

Jedem Kompetenzbereich sind Hinweise vorangestellt. Sie enthalten grundlegende Ideen des Kompetenzbereichs. Verknüpfungen mit den anderen Kompetenzbereichen werden dargestellt.

Jeder Kompetenzbereich wird durch eine begrenzte Anzahl an Kernkompetenzen beschrieben. Jede

Kernkompetenz wird durch die Formulierung von Erwartungen konkretisiert. Die Erwartungen sind in der Regel so dargestellt, dass sie über die Jahrgangsstufen hinweg (horizontal) einen systematischen, kumulativen Kompetenzaufbau abbilden. Sie beschreiben, über welche Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten Schülerinnen und Schüler am Ende einer Doppeljahrgangsstufe verfügen sollen.

Anregungen für einen kompetenzorientierten Unterricht veranschaulichen exemplarisch die unterrichtliche Umsetzung im Förderschwerpunkt Lernen. Unter Berücksichtigung individueller Förderbedürfnisse erwerben die Schülerinnen und Schülern tragfähige Kompetenzen und anschlussfähiges Wissen – auch im Hinblick auf weitere Bildungsabschlüsse.

Nachfolgende Beispielaufgaben bilden exemplarische Aufgabenformate ab.

Alle Schülerinnen und Schüler müssen die Möglichkeit erhalten, die in den Materialien ausgewiesenen Kompetenzen aufzubauen. Schülerinnen und Schüler mit einem Kompetenzstand unterhalb der Erwartungen werden ausgehend von ihrem Kompetenzstand gefördert. Leistungsstarke Schülerinnen und Schüler erhalten die Möglichkeit, über den Erwartungen liegende inhaltsbezogene und prozessbezogene Kompetenzen systematisch aufzubauen. Die Gliederung in Doppeljahrgangsstufen soll ein schnelleres Voranschreiten der Kompetenzentwicklung nicht beschränken.

Die Kompetenzerwartungen beschreiben die Regelanforderungen im Fach Mathematik für die entsprechenden Jahrgangsstufen und den Abschluss für den Förderschwerpunkt Lernen.

3.1 Prozessbezogener Kompetenzbereich

Modellieren

Hinweise zum Modellieren

Das Modellieren ist Bindeglied zwischen Umwelt und Mathematik. Im Mathematikunterricht sind der Lebensweltbezug des Fachs und die Relevanz mathematischer Modelle für die Beschreibung der Umwelt sowie die Konstruktion technischer Produkte deutlich herauszustellen und aufzuzeigen.

Das mathematische Modellieren umfasst das Strukturieren, Vereinfachen und Übersetzen eines Problems aus der Umwelt in eine mathematische Struktur (Mathematisieren), das Bearbeiten des Problems innerhalb der mathematischen Struktur (im Modell arbeiten), das Übertragen der Lösung auf das reale Problem (Interpretieren) und das Prüfen der Angemessenheit dieser Lösung für das ursprüngliche Problem (Validieren).

Jeder Unterricht, der einen Umweltbezug aufweist, bietet Anlässe zum Modellieren. Bereits beim Übersetzen einer Einkaufssituation in eine Addition mehrerer Summanden handelt es sich um einen Modellierungsprozess. Werden Aufgaben als Teil des Modellierungskreislaufs gesehen, eröffnen sich Anschlussmöglichkeiten an Nachbarschritte. Im Verlauf des Unterrichts entwickeln die Schülerinnen und Schüler die Fähigkeit zu erkennen, welche mathematischen Modelle zweckmäßig sind und welche Möglichkeiten und Grenzen mit diesen Modellen verbunden sind.

Offene und komplexe Problemstellungen sind selbstdifferenzierend, weil sie mehrere Zugangswege bieten und damit den unterschiedlichen Lernvoraussetzungen gerecht werden. Um- und Irrwege sind sowohl Teil des Modellierungs- als auch Teil des Problemlöseprozesses.

12

	Ende Schuljahrgang 2	zusätzlich Ende Schuljahrgang 4
Kernkompetenzen	Erwartungen	Erwartungen
Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –
stellen zu einfachen Rechengeschichten und Sachsituationen Fragen, die sich mit mathematischen Mitteln beantworten lassen	→ entnehmen Rechengeschichten Informationen → formulieren nahe liegende Fragen zu Rechengeschichten	→ entnehmen Alltagssituationen und einfachen Texten Informationen → formulieren nahe liegende Fragen zu Alltagssituationen
verbinden Realsituationen mit bekannten mathematischen Modellen	→ können bekannte Modelle einer Situation zuordnen → können bekannten Modellen eine Rechengeschichte zuordnen	→ wählen bekannte Modelle nach Vorgabe aus → können bekannten Modellen eine Alltagssituation zuordnen
arbeiten im Modell	→ lösen Aufgaben mit Hilfe vorgegebener bekannter Modelle	→ lösen Aufgaben unter Anwendung bekannter mathematischer Modelle
prüfen das Ergebnis und das Modell auf die Realsituation		→ prüfen die Plausibilität ihrer Lösung (z.B. Bezug zu Größenvorstellungen)

	Ende Schuljahrgang 6	zusätzlich Ende Schuljahrgang 8	zusätzlich Ende Schuljahrgang 9
Kernkompetenzen	Erwartungen	Erwartungen	Erwartungen
Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –
stellen zu Sachsituationen Fragen, die sich mit mathematischen Mitteln bearbeiten lassen	→ entnehmen Informationen aus vertrauten Alltagssituationen und einfachen Texten → formulieren nahe liegende Fragen zu vertrauten Situationen	→ formulieren Fragen zu unterschiedlichen Aspekten von Situationen	→ entnehmen Informationen aus komplexen, nicht vertrauten Situationen
verbinden Realsituationen mit mathematischen Modellen	→ strukturieren Daten → wählen nahe liegende Modelle → nennen zu bekannten mathematischen Modellen Alltagssituationen	→ strukturieren Zusammenhänge → wählen Modelle und begründen ihre Wahl	→ nähern sich der Realsituation durch Verknüpfung mehrerer Modelle genauer an
arbeiten im Modell	→ lösen Aufgaben unter Anwendung mathematischer Modelle		→ nutzen zur Lösung einer komplexen Aufgabe mehrere Modelle und verknüpfen sie
beurteilen das Ergebnis und das Modell in Bezug auf die Realsituation	→ prüfen die Plausibilität der Lösung → wählen ggf. ein anderes Modell		

Anregungen für einen kompetenzorientierten Unterricht

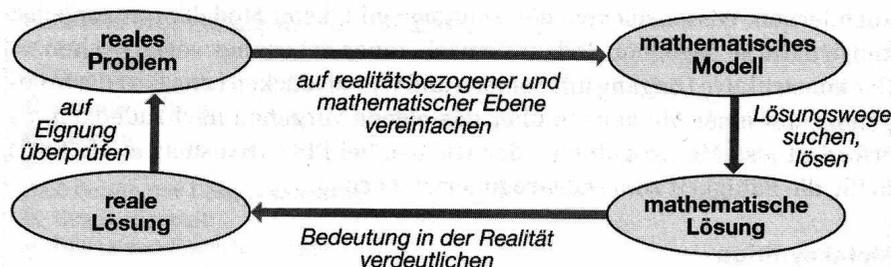


Abbildung aus Maaß, Katja: Mathematisches Modellieren, Berlin 2007, S. 30

Modellierungsaufgaben können in der Förderschule Lernen dazu beitragen, Sachrechnenkompetenzen zu erwerben.

Im Modellierungsprozess übertragen die Schülerinnen und Schüler eine Sachsituation in ein mathematisches Modell (Mathematisieren), bearbeiten diese mit Hilfe des verfügbaren Wissens und Könnens (Problemlösen, Arbeiten im Modell) und interpretieren die gefundene Lösung in Bezug auf Plausibilität und Ausgangslage (Interpretieren).

Der Kompetenzerwerb zum Lösen offener Aufgabenstellungen, die Modellierungen erfordern, muss begleitet werden. Grundlagen wie z.B. Rechenkompetenzen oder Größenvorstellungen werden in den inhaltsbezogenen Kompetenzbereichen erarbeitet. Um die Schülerinnen und Schüler an Modellierungsaufgaben heranzuführen, ist es sinnvoll, Teilaufgaben isoliert zu üben, um auf diese Weise Teilkompetenzen aufzubauen.

Alle Aufgaben, die einen Umweltbezug aufweisen, sind geeignet, Teilschritte des Modellierungskreislaufs zu üben. Erste Aufgaben ergeben sich schon aus einfachen Einkaufssituationen, weil sich hier viele Sachsituationen aus der Struktur ergeben (gekaufte Ware – Einzelpreis, Gesamtpreis oder gegebenes Geld – Preis – Rückgeld). Im Unterricht sollten Aufgabenstellungen gewählt werden, die gezielt Teilschritte in den Vordergrund stellen. Weiterhin sollten Bearbeitungshilfen im Unterricht thematisiert werden, da diese die Auswahl eines geeigneten mathematischen Modells bzw. die Schaffung eines Situationsmodells unterstützen.

Bearbeitungshilfen lassen sich wie folgt unterscheiden:

- Bearbeitungshilfen zum Textverständnis – Text gemeinsam lesen – Begriffe klären – wichtige Textstellen/Stichworte unterstreichen – Zusammenhänge klären – einen Sachverhalt mit eigenen Worten wiedergeben – Gliedern des Textes und Fragen stellen usw.
- Konkrete Bearbeitungshilfen – Nachspielen/Rollenspiele – Darstellen mit Material usw.
- Grafische Bearbeitungshilfen – Situationsskizzen – Diagramme – Tabellen usw.

Im folgenden Abschnitt werden die Teilkompetenzen zum Mathematisieren, Arbeiten im Modell und Interpretieren aufgezeigt und jeweils durch Hinweise zu möglichen Übungsformen und Aufgabenstellungen ergänzt.

	Kernkompetenzen und weitere Aufgliederung Schülerinnen und Schüler –	Hinweise und mögliche Übungsformen/Aufgabenstellungen Schülerinnen und Schüler –
Mathematisieren	<ul style="list-style-type: none"> • verstehen die Sachsituation, einen Text oder eine Darstellung und entnehmen relevante Informationen. • stellen zu Sachsituationen Fragen, die sich mit mathematischen Mitteln bearbeiten lassen, <ul style="list-style-type: none"> - verstehen den Text, die Sachsituation, eine Darstellung, - entnehmen einem Text und anderen Darstellungen relevante Informationen, - formulieren Fragen zur Sachsituation. • verbinden die Realsituation mit mathematischen Modellen, <ul style="list-style-type: none"> - wählen ein geeignetes Modell, bzw. erfassen Situationen mit mathematischen Mitteln (z.B. eine Rechenaufgabe aufschreiben). 	<ul style="list-style-type: none"> - formulieren mögliche Fragen zu einem Text oder Sachverhalt, - ordnen Sachsituationen entsprechende Rechenoperationen zu, - erzählen zu einer Gleichung, einem Term eine Rechengeschichte, - ordnen Fragen und Antworten einander zu, - zeichnen eine Skizze, - erstellen Sachaufgaben (nach Angaben, zu einer Geschichte, einem Bild, ...), - wählen aus verschiedenen Darstellungen die passende aus, - gewinnen Daten (Zählen, Schätzen, Messen) oder beschaffen sich notwendige Informationen (Internet, Bücher, ...), - strukturieren Daten (siehe "Daten und Zufall").
Arbeiten im Modell	<ul style="list-style-type: none"> • lösen Aufgaben unter Verwendung mathematischer Modelle. 	<ul style="list-style-type: none"> - wählen geeignete bekannte Modelle, <p><u>Hinweis:</u> Grundlagen werden z.B. bei Zahlen und Operationen oder beim Rechnen mit Größen erarbeitet. Das Arbeiten im Modell kann – je nach Lernvoraussetzung – hohe Anforderungen stellen und Problemlösefähigkeiten verlangen (siehe "Problemlösen").</p>
Interpretieren	<ul style="list-style-type: none"> • interpretieren das Ergebnis und das Modell in Bezug auf die Realsituation <ul style="list-style-type: none"> - prüfen das Ergebnis in Bezug zur Ausgangsfrage (z.B.: Wird die Frage damit beantwortet?), - prüfen die Plausibilität der Lösung (z.B.: Überprüfen durch Überschlagen). 	<ul style="list-style-type: none"> - ordnen Fragen und mögliche Antworten einander zu, - ordnen Fragen und mögliche Ergebnisse, die sie durch Überschlagen und Schätzen finden, einander zu. <p><u>Ziel:</u> Fehler beim Rechnen oder der Auswahl des Modells sollen erkannt werden.</p>

Beispiele:

Stelle Fragen zum Text. Überlege, welche Fragen du beantworten kannst

Katrin hat 24 Fußballbilder gesammelt. Ihre ältere Schwester Jana schenkt ihr die Hälfte ihrer Bilder. Katrin hat jetzt 40 Fußballbilder.

- Welche Fußballbilder sammeln sie?
- Wie alt ist Katrin?
- Wie viele Fußballbilder hatte Katrin am Anfang?
- Wie viele Fußballbilder hatte Jana vorher?
- ...

Welche Rechenaufgabe passt zur Frage?

Svenja hat 17 Murmeln. Sie hat 5 mehr als Jan.

Wie viele Murmeln hat Jan?

17 – 5 oder 17 + 5

Ernie und Bert haben zusammen 9 Kekse. Ernie hat 7 Kekse.

Wie viele Kekse hat Bert?

9 + 7 = ___ / 9 – 7 = ___ / 7 + 9 = ___ / 7 + ___ = 9 / 9 – ___ = 7

Erfinde eine Sachaufgabe/erzähle eine Rechengeschichte.

Gegeben: **Paul wiegt 5 kg mehr als Kevin.**

- Beispiele:
- Kevin wiegt 40 kg. Wie viel wiegt Paul?
 - Paul wiegt 35 kg. Wie viel wiegt Kevin?

Kompetenzen und Hinweise

Die Schülerinnen und Schüler –

- formulieren Fragen zur Sachsituation,
- unterscheiden Fragen, die sich mit mathematischen Mitteln beantworten lassen, von anderen Fragen,
- notieren eine Gleichung/Rechenaufgabe zu der Sachsituation und überprüfen ihr Ergebnis.

Hinweise:

Einige Fragen können nicht beantwortet werden, weil notwendige Informationen fehlen. Andere können mathematisch berechnet oder aus dem Text abgelesen werden. Je nach Voraussetzung erfordern diese Aufgaben bei der Wahl eines Modells oder der innermathematischen Lösung Modellierungs- oder Problemlösekompetenzen.

- sollen die Sachsituation verstehen (als Hilfe z.B. mit Material nachstellen) und eine Rechenoperation oder Gleichung zuordnen.

Hinweis: Auch Rechenoperationen, bei denen die Veränderung unbekannt ist ($7 + x = 9 / 9 - x = 7$), müssen bekannt sein.

- erfinden Aufgaben oder Rechengeschichten zu bestimmten Vorgaben,

Hinweis Aufgabe: Voraussetzung für das Formulieren realistischer Sachaufgaben sind gesicherte Größenvorstellungen. Umgekehrt können Ergebnisse aufgrund der erarbeiteten Größenvorstellungen auf Plausibilität überprüft werden.

„Kapitänsaufgaben“ bearbeiten.

Auf einem Schiff sind 36 Schafe. 10 Schafe fallen ins Wasser.

Wie alt ist der Kapitän? (Schülerlösung: $36 - 10 = 26$ Jahre)

In einer Klasse sind 5 Jungen und 7 Mädchen.

Wie alt ist die Lehrerin?

Ein 27 Jahre alter Hirte hat 25 Schafe und 10 Ziegen.

Wie alt ist der Hirte?

Die Aufgabe ist eine Variation. Obwohl man die Frage aus dem Sachzusammenhang beantworten kann, wird häufig das Alter errechnet.

- entnehmen einem Text relevante Informationen und erkennen, dass zur Lösung relevante Informationen fehlen.

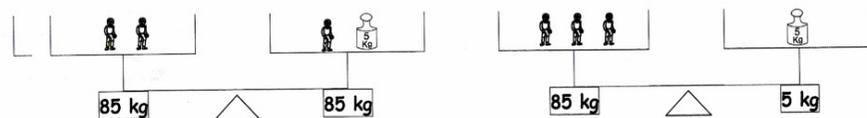
Hinweise:

Die gestellte Frage kann nicht beantwortet werden, weil relevante Informationen fehlen. Schülerinnen und Schüler finden – genauso wie bei „eingekleideten Sachaufgaben“ – trotzdem eine Lösung, weil sie von Schlüsselwörtern (zusammen, weniger, ...) auf Rechenoperationen schließen.

Man kann „Kapitänsaufgaben“ nutzen, indem man sie verändert, notwendige Informationen ergänzt oder sinnvolle Fragen formuliert. Auf diese Weise rückt die Bedeutung des Sachzusammenhangs in den Vordergrund.

Karl und Jan wiegen zusammen 85 kg. Paul wiegt mit seiner Schultasche genau so viel. Die Schultasche wiegt 5 kg.

Welche Skizze passt zu der Aufgabe?



Man kann solche Aufgaben erweitern, indem man die Entscheidung begründen oder weitere Aufgaben formulieren oder finden lässt.

- Wie viel wiegt Paul?
- Wie viel wiegen die beiden jeweils? Gib verschiedene Möglichkeiten an. Lösungen müssen mit realistischen Größenvorstellungen abgeglichen werden.

- ordnen einer Darstellung eine Sachsituation zu und umgekehrt,

Hinweis: Hier soll einer Darstellung eine Aufgabe zugeordnet werden. Die Darstellung kann bildlich (z.B. eine Skizze) oder symbolisch (z.B. eine Rechenoperation) sein.

Ziel ist, dass Skizzen als Hilfe zur Veranschaulichung der Lösung/des Lösungswegs erkannt und später auch selbst angewendet werden, weil sie helfen, die Sachsituation zu verstehen und ein mathematisches Modell aufzustellen. Thematisiert werden kann auch die Lösung über eine Gleichung (vgl. "Darstellen").

Es hat sich ein 3 km langer Stau gebildet.

Wie viele Fahrzeuge stehen in dem Stau?

Hinweis: Es gibt – wie bei vielen Modellierungsaufgaben – keine eindeutige Lösung. Annahmen (z.B. Fahrzeuglängen) müssen getroffen/ermittelt und Lösungswege besprochen werden.

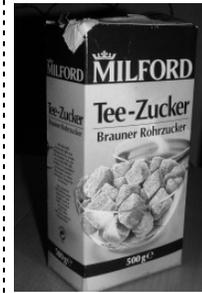
Ein Sandkasten soll gefüllt werden.

Herr Meyer schätzt, dass ca. $1,5 \text{ m}^3$ Sand benötigt werden.

a) Stimmt die Schätzung? Begründe deine Entscheidung.



Innenmaße:
Länge: 1,50 m
Breite: 1,25 m
Höhe: 50 cm



Die Verpackung für braunen Kandis-Zucker hat folgende Maße:

Länge: $a = 7,5 \text{ cm}$

Breite: $b = 6 \text{ cm}$

Höhe: $h = 12 \text{ cm}$

Die Firma wählt eine neue Verpackung.

Die Grundfläche der neuen Packung soll quadratisch

sein und eine Kantenlänge von 6 cm haben.

Das Volumen soll sich nicht verändern.

Welche Höhe hat die neue Verpackung?

Weitere Beispiele siehe "Größen und Messen" (Schätzen Teppichgröße/Größe eines Teichs) und "Kommunizieren" (Fermi-Aufgaben¹).

¹ Fermi-Aufgaben beinhalten Probleme, für deren rechnerische Lösung nur unzureichende numerische Informationen gegeben sind (vgl. "Modellieren")

Prozessbezogener Kompetenzbereich

Problemlösen

Hinweise zum Problemlösen

Von Problemlösen wird immer dann gesprochen, wenn für eine Schülerin oder einen Schüler kein unmittelbarer Lösungsweg für die Bearbeitung einer Aufgabe zur Verfügung steht. Bei Herausforderungen des Alltags, die mit mathematischen Mitteln bearbeitet werden können, ist der Ansatz selten offensichtlich. Daher müssen im Mathematikunterricht die Bereitschaft und die Fähigkeit schrittweise entwickelt werden, selbstverantwortlich und selbstreguliert oder mit Hilfe Probleme anzunehmen, Strategien anzuwenden, Lösungen zu suchen, die dafür relevanten Informationen zu sammeln, verschiedene Ansätze auszuprobieren und sich durch Misserfolgslebnisse nicht entmutigen zu lassen.

Die Schülerinnen und Schüler lernen in diesem Zusammenhang verschiedene Lösungsstrategien kennen wie z.B. das systematische Probieren. Auch das Übertragen bekannter Zusammenhänge auf neue Sachzusammenhänge und die Reflexion über Lösungswege helfen ihnen, die Problemlösefähigkeit zu entwickeln. Heuristische Vorgehensweisen (siehe Anregungen) sind von der konkreten Aufgabe weitestgehend unabhängig. Sie stellen ein Repertoire an Vorgehensweisen dar, die je nach Aufgabe und zu erreichendem Ziel eingesetzt werden.

Problemlösekompetenz wird durch die Förderung geistiger Beweglichkeit und das Ausbilden von Teilhandlungen des Problemlösens und das Anwenden heuristischer Hilfsmittel und Strategien erworben.

19

	Ende Schuljahrgang 2	zusätzlich Ende Schuljahrgang 4
Kernkompetenzen	Erwartungen	Erwartungen
Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –
erkennen ein mathematisches Problem	→ stellen Fragen in mathematischen Situationen	→ bearbeiten vorgegebene Probleme eigenständig
kennen Rechenstrategien / Lösungsstrategien und wenden diese an	→ nutzen Lösungsstrategien und beschreiben sie (z.B. Probieren, Rückgriff auf vorhandenes Wissen)	→ kennen Lösungsstrategien und wenden diese an (z.B. Analogiebildung, systematisches Probieren, Vor- und Rückwärtsarbeiten)

Kernkompetenzen Schülerinnen und Schüler –	Ende Schuljahrgang 6	zusätzlich Ende Schuljahrgang 8	zusätzlich Ende Schuljahrgang 9
	Erwartungen Schülerinnen und Schüler –	Erwartungen Schülerinnen und Schüler –	Erwartungen Schülerinnen und Schüler –
erkennen ein mathematisches Problem und präzisieren es	→ stellen sich Fragen zum Verständnis des Problems („Worum geht es?“, „Was ist gegeben?“, „Was wird gesucht?“)		
	→ formulieren das Problem mit eigenen Worten		
	→ ermitteln durch Schätzen und Plausibilitätsüberlegungen Ausgangswerte offener Aufgaben	→ ermitteln durch Schätzen, Überschlagen und Plausibilitätsüberlegungen Näherungswerte des erwarteten Ergebnisses	
	→ beschreiben Lösungswege mit eigenen Worten und überprüfen die Plausibilität der Ergebnisse		→ erkennen das Versagen bekannter Lösungsverfahren (Modellieren)
setzen Problemlösestrategien ein	→ nutzen externe Informationsquellen		
	→ übertragen Lösungsbeispiele auf neue Aufgaben		
	→ lösen Probleme durch Probieren	→ nutzen systematische Probiervverfahren	
	→ stellen das Problem anders dar		
	→ suchen in Unterschiedlichem das Gemeinsame (Invarianzprinzip)	→ gliedern in überschaubaren Sachzusammenhängen das Problem in Teilprobleme auf	
	→ nutzen die Strategie des Rückwärtsarbeitens		
beurteilen Prozess und Ergebnis der Problemlösung			→ vergleichen Vorgehensweisen des Problemlösens bzgl. der angewandten Strategien und bewerten diese

Anregungen für einen kompetenzorientierten Unterricht

Die Ausbildung und Vertiefung der Problemlösefähigkeit sind zentrale Ziele des Mathematikunterrichts. Im Mittelpunkt einer problemorientierten Unterrichtsgestaltung steht die aktive Auseinandersetzung mit geeigneten Problemstellungen, an denen die Schülerinnen und Schüler produktiv tätig werden können.

Während des Problemlöseprozesses greifen sie auf bereits Bekanntes (Operationen, Begriffe und Denkmodelle) zurück, vernetzen diese im Sinne eines erfolgversprechenden Lösungsansatzes und erzeugen im Finden der Lösung eigenständig bzw. mit Hilfe neues Wissen inhaltlicher sowie strategisch-heuristischer Art.

Problemorientierte Aufgaben weisen eine Lücke zwischen Ausgangszustand und Zielzustand auf, sie stellen für die Schülerinnen und Schüler eine Hürde dar, die es zu überwinden gilt. Ist die Hürde sehr niedrig, handelt es sich um ein Routineproblem, müssen die Schülerinnen und Schüler hingegen zunächst nachdenken, analysieren, Vermutungen anstellen und überprüfen, kann man von einem echten Problem sprechen.

Solche Problemaufgaben intendieren weniger den kurzfristigen und zielstrebigem Aufbau abrufbaren Wissens durch Regellernen, sondern fördern im Wesentlichen die Bereitschaft und Fähigkeit, divergent zu denken. Für die Ausbildung einer solchen Denkhaltung ist es unerlässlich, dass die Schülerinnen und Schüler im Laufe der Zeit immer weniger auf Hilfen und Instruktionen der Lehrkraft angewiesen sind, sondern zunehmend durch Selbstinstruktion lernen.

Bezogen auf die Unterrichtspraxis ist besonders die Auswahl geeigneter Aufgabenstellungen entscheidend. Im Sinne einer didaktischen Stufung im problemorientierten Unterricht werden folgende Lernschritte für die Unterrichtspraxis unterschieden (z.B. nach Bruder):

1. Reflexion über Lösungen

Durch regelmäßige Gespräche über Lösungswege gewöhnen sich die Schülerinnen und Schüler an heuristische Methoden und Techniken. Sie sollen die Lösungen anderer nachvollziehen, Fehler in eigenen und anderen Lösungen erkennen und weiterführende Strategien entwickeln. Für den Förderschwerpunkt Lernen sind Strategien, die das zählende Rechnen ablösen, von besonderer Bedeutung. Dies beginnt z.B. bei der Addition damit, dass man von größeren Summanden aus weiter zählt. Aber auch heuristische Strategien wie beispielsweise das „Fast verdoppeln“ ($5 + 6 = 5 + 5 + 1$, $4 + 5 = 4 + 4 - 1$) oder Zerlegen ($5 + 8 = 5 + 5 + 3 = 10 + 3 = 13$) sollten besprochen werden.

2. Bewusstmachen heuristischer Hilfsmittel und Strategien

Bei der Bearbeitung markanter Beispiele lernen die Schülerinnen und Schüler bewusst Problemlösehilfsmittel/-strategien kennen und auszuwählen.

3. Vertiefung und Übung zu heuristischen Hilfsmitteln/Strategien

Bereitstellung von Beispielen mit unterschiedlicher Schwierigkeit zur selbständigen Bearbeitung.

4. Reflexion und Dokumentation des eigenen Problemlösemodells

Wie gehe ich vor, wenn ich eine schwierige Mathematikaufgabe lösen will? Wie habe ich sie gelöst? (Lerntagebuch/Lernprotokoll/dialogisches Lernen)

Heuristische Hilfsmittel

<ul style="list-style-type: none">informative Figur oder Veranschaulichung durch didaktische Materialiensortierte Listen erstellen (z.B. Tabelle)	<ul style="list-style-type: none">Schaubilder zeichneneine Skizze anfertigeneinfache Gleichungen
--	--

Heuristische Strategien/Prinzipien

<ul style="list-style-type: none">VorwärtsarbeitenRückwärtsarbeitenNutzen des Invarianzprinzips	<ul style="list-style-type: none">ungerichtetes und systematisches ProbierenBeispiele betrachten/Vereinfachen/ZerlegungsprinzipAnalogien nutzen
---	---

22

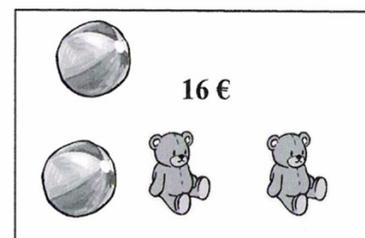
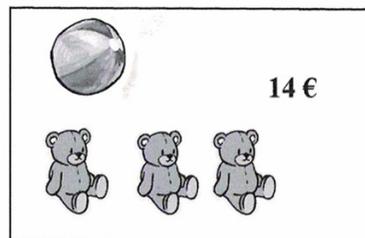
Beispielaufgaben

Zahlenreihen fortsetzen

2 3 5 8 — — —

Lösungsmöglichkeit: z.B. systematisches Probieren, Vorwärtsarbeiten

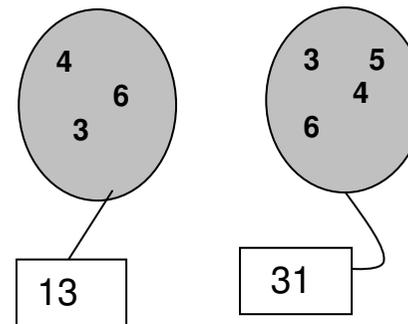
Zusammenhänge erkennen



 = _____ €
 = _____ €

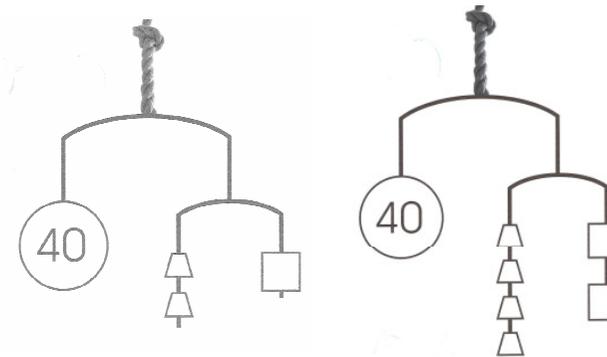
Gleichungen aufstellen

Kombiniere die Zahlen und die Rechenzeichen (+, -, •).
und notiere eine Gleichung.



Trage in dem Mobile die fehlenden Zahlen ein.

Lösungsmöglichkeiten: z.B. Systematisches Probieren,
Rückwärtsarbeiten, Gleichungen



Zeichne ein Rechteck mit einem Flächeninhalt von 24 cm^2 .

Lösungsmöglichkeiten: Skizze, Rückwärtsarbeiten, systematisches Probieren, Tabelle

Eine Kerze ist 50 cm lang und brennt pro Stunde 5 cm ab. Eine zweite Kerze ist 40 cm lang und brennt pro Stunde 3 cm ab.

Wann sind beide Kerzen gleich lang?

Lösungsmöglichkeiten: Tabelle, systematisches Probieren, Schaubild zeichnen, Rückwärtsarbeiten

Knobelaufgaben

- Wie viele Beine haben 6 Schafe, 4 Vögel, 3 Spinnen, 4 Fische?
- Auf dem Hof sind Hühner und Schweine – zusammen haben sie 24 Beine.

Prozessbezogener Kompetenzbereich

Argumentieren

Hinweise zum Argumentieren

Das Gespräch über mathematische Sachverhalte beinhaltet in der Regel kommunikative ebenso wie argumentative Aspekte. Neben einer Darstellung von mathematischen Inhalten (kommunikative Kompetenz) ist teilweise auch die Begründung von Ansätzen und Lösungswegen notwendig. Schülerinnen und Schüler sollten frühzeitig die Gelegenheit erhalten, ihren gewählten Lösungsweg zu beschreiben und anderen gegenüber durch Behauptungen und Argumente zu vertreten. Dadurch wird es möglich, mathematische Inhalte sowie gewählte Lösungswege und deren Darstellung zu überprüfen und zu bewerten. Die Haltung, eigene und fremde mathematische Behauptungen kritisch zu hinterfragen, Beispiele und Gegenbeispiele sowie überzeugende Argumente zu suchen, muss im Unterricht gefördert und gefordert werden. Das „Streitgespräch“, in dem man durch Argumente den anderen überzeugen möchte, das „Gerichtsverfahren“, in dem der Wahrheitsgehalt von Aussagen durch Indizien belegt oder widerlegt wird, „Verträge“ oder „Spielregeln“, die genau vorschreiben, wie unter welchen Umständen zu verfahren ist, liefern Analogien, die Schülerinnen und Schülern vertraut sind.

In der Mathematik gibt es ein breites Spektrum an Begründungsformen. Das Argumentieren in innermathematischen Situationen ist ein charakteristisches Merkmal der Mathematik als Wissenschaft. Der Mathematikunterricht gibt Gelegenheiten für viele Abstufungen des Argumentierens bzw. des Begründens. Insbesondere bei der gemeinsamen Bearbeitung von Modellierungs- und Problemlöseaufgaben hat das Kommunizieren/Argumentieren eine große Bedeutung.

	Ende Schuljahrgang 2	zusätzlich Ende Schuljahrgang 4
Kernkompetenzen	Erwartungen	Erwartungen
Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –
hinterfragen mathematische Aussagen und begründen diese		<ul style="list-style-type: none"> → stellen Vermutungen über mathematische Sachverhalte an und begründen sie → überprüfen mathematische Aussagen, kennzeichnen sie als richtig oder falsch und begründen dies

	Ende Schuljahrgang 6	zusätzlich Ende Schuljahrgang 8	zusätzlich Ende Schuljahrgang 9
Kernkompetenzen	Erwartungen	Erwartungen	Erwartungen
Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –
hinterfragen mathematische Aussagen	<ul style="list-style-type: none"> → stellen mathematische Vermutungen an → ziehen mathematische Vermutungen in Zweifel 	<ul style="list-style-type: none"> → präzisieren Vermutungen, um sie mathematisch prüfen zu können 	
	<ul style="list-style-type: none"> → stellen die Fragen „Gibt es...?“, „Wie verändert sich...?“, „Ist das immer so...?“ 	<ul style="list-style-type: none"> → stellen die Fragen „Gibt es Gegenbeispiele...?“ 	
begründen Vermutungen	<ul style="list-style-type: none"> → stützen Behauptungen durch Beispiele 	<ul style="list-style-type: none"> → widerlegen falsche Aussagen durch ein Gegenbeispiel 	<ul style="list-style-type: none"> → finden Fehler in falschen oder Lücken in unvollständigen Argumentationen und korrigieren sie
	<ul style="list-style-type: none"> → begründen Rechenregeln anhand von Beispielen 	<ul style="list-style-type: none"> → begründen Formeln anhand von Beispielen 	

Anregungen für einen kompetenzorientierten Unterricht

Argumentieren und Kommunizieren stehen in einem engen Zusammenhang. Argumentieren im Förderschwerpunkt Lernen meint u.a. jene kommunikativen Prozesse, in denen Schülerinnen und Schüler zu mathematischen Sachverhalten Position beziehen und diese begründen. Dabei wird zwischen inner- und außermathematischem Argumentieren unterschieden. Beim innermathematischen Argumentieren werden wesentliche mathematische Gesetze zur Begründung eines Sachverhalts aufgegriffen. Aber auch das Verstehen der Herleitung mathematischer Sätze und Formeln sowie die Einschätzung der Gültigkeit mathematischer Verfahren sind dieser Form des Argumentierens zuzurechnen. Beim innermathematischen Argumentieren sind zeichnerische Lösungen und der Einbezug konkreter Materialien wichtige Hilfen.

Außermathematisches Argumentieren ist häufig in den Rahmen von Modellierungs- und Problemlöseprozessen eingebunden. So kann die Ratenzahlung beim Kauf eines Autos argumentativ nachvollziehbar begründet werden, auch wenn die Kosten in diesem Fall höher sind.

Argumentieren soll bereits früh das Rechnen begleiten. Dies muss nicht im komplexen Sinn von Beurteilungen und Bewertungen passieren, sondern ist eher als eine Verbalisierung der getroffenen Entscheidungen in einer Sachaufgabe zu verstehen. Während der Bearbeitung einer Sachaufgabe, die zu einem „Mehr“ führt, ist die Entscheidung für eine Addition oder eine Multiplikation bereits ein argumentativer Vorgang. Die Überprüfung eines Ergebnisses auf eine sinnvolle Wertänderung (das Ergebnis einer Subtraktion wird kleiner) ist ein ähnliches Argumentationsmuster.

Mathematisch argumentieren kann innerhalb einer großen Bandbreite erfolgen. Zunächst ist es hilfreich, einfache rechnerische Begründungen zu geben, dabei ggf. mit Alltagswissen zu argumentieren oder Routineargumentationen anzuwenden. Später ist es sinnvoll, überschaubare mehrschrittige Argumentationen nachzuvollziehen oder zu erläutern. Abschließend stellt die eigene Bewertung komplexer Argumentationen anderer einen Höhepunkt mathematischen Argumentierens dar.

Argumentationen als Form von mathematischer Sprache können in Lerntagebüchern oder Selbstdiagnosebögen festgehalten werden, um eine Reflexion über das eigene Lernverhalten zu ermöglichen.

Beispielaufgaben

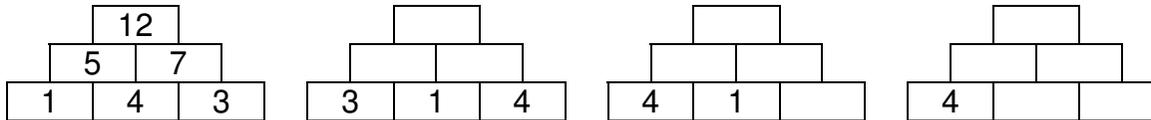
Tim hat 5 Birnen. Tom hat 4 Birnen. Wie viele haben sie zusammen?

Für welche Rechnung entscheidest du dich? Begründe. $5 + 4$ oder $5 - 4$

Welche der folgenden Aufgaben ist falsch? Begründe. $6 + 7 = 13$ $3 + 8 = 11$ $12 + 4 = 8$

Wer hat die Aufgabe richtig gelöst? Begründe. Tim: $3 + 6 \cdot 7 = 45$ oder Tina: $3 + 6 \cdot 7 = 63$.

Die Steine in der unteren Reihe werden vertauscht. Fülle die weiteren Zahlenmauern aus. Wann ist die Zahl im Zielstein am größten?



Hinweis: Es sollen Vermutungen geäußert und begründet werden.

Summen von Nachbarzahlen:

„Die Summe von drei aufeinander folgenden natürlichen Zahlen ist immer durch 3 teilbar.“ Stimmt das? Begründe deine Antwort.

Warum ist jedes Quadrat ein Rechteck?

Benötige ich verschiedene Formeln für die Fläche von Quadraten und Rechtecken?

Ist die Zuordnung proportional? Begründe jeweils.

Zuordnung:

Beispiel:

Jahre/Körpergröße: Mit 3 Jahren ist Simon 98 cm groß. Wie groß wird er mit 15 Jahren sein?

Anzahl der Seiten/Zeit: Ein Drucker druckt pro Minute 20 Seiten.

Kilogramm/Preis: Ein Kilogramm Äpfel kostet 2,99 €. Wie viel kosten 2/4/6 kg?

Anzahl/Preis: Ein Brötchen kostet 25 Cent. Beim Kauf von 10 Brötchen zahlt man 2,20 €.

Kilometer/Kosten in €: Auf 100 km verbraucht das Fahrzeug durchschnittlich 8 Liter Benzin.

Kilometer/Kosten in €: Eine Taxifahrt kostet pro km 25 Cent. Grundgebühr 3 €.

Weitere Beispiele: Surfen im Internet so viel sie wollen für nur 50 € im Monat ohne Grundgebühr.

Bei 45 Teilnehmern zahlt jede Person 5 € für die Busfahrt. 4 Personen können nicht teilnehmen.

Prozessbezogener Kompetenzbereich

Kommunizieren

Hinweise zum Kommunizieren

Kommunikation im Mathematikunterricht besteht darin, anderen eigene Gedanken nachvollziehbar mitzuteilen und Gedankengänge anderer nachzuvollziehen und zu bewerten. Der Austausch über mathematische Sachverhalte fördert deren Verständnis und regt Schülerinnen und Schüler an, die Gedankengänge anderer nachzuvollziehen bzw. eigene Gedankengänge zu verdeutlichen. Der Mathematikunterricht schafft Situationen, in denen die Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit zur Kommunikation untereinander haben, Ängste und Hemmungen abgebaut und die Bereitschaft zum Meinungsaustausch gefördert werden. Partner- und Gruppenarbeiten beim Modellieren und Problemlösen sind zur Förderung dieser Kompetenz besonders geeignet.

Kooperative Arbeitsformen ermöglichen nicht nur soziales, sondern auch ein vertieftes kognitives Lernen. Sie veranlassen dazu, Gedanken sprachlich zu fassen, Ergebnisse zu präsentieren, zu argumentieren, andere Standpunkte einzunehmen und mit unterschiedlichen Ansichten und Urteilen umzugehen.

Fehler sind im Lernprozess normal. Sie stellen Lerngelegenheiten dar, wenn ihnen zugrunde liegende Denkprozesse thematisiert und Möglichkeiten zur Vermeidung diskutiert werden.

∞

Kernkompetenzen	Ende Schuljahrgang 2	zusätzlich Ende Schuljahrgang 4
	Erwartungen	Erwartungen
Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –
teilen mathematische Gedanken anderen mit	<ul style="list-style-type: none"> → beschreiben mathematische Sachverhalte mit eigenen Worten. → beschreiben eigene Vorgehensweisen 	<ul style="list-style-type: none"> → beschreiben eigene Lösungswege → drücken Vermutungen über mathematische Sachverhalte verständlich aus → verwenden eingeführte mathematischen Fachbegriffe sachgerecht
vollziehen mathematische Gedanken anderer nach	<ul style="list-style-type: none"> → vergleichen Ergebnisse in Partnerarbeit 	<ul style="list-style-type: none"> → beschreiben Lösungswege der Mitschüler → arbeiten in Kleingruppen an Lösungen mathematischer Probleme
gehen konstruktiv mit Fehlern um		<ul style="list-style-type: none"> → suchen Fehler in ihren Ergebnissen und korrigieren sie

	Ende Schuljahrgang 6	zusätzlich Ende Schuljahrgang 8	zusätzlich Ende Schuljahrgang 9
Kernkompetenzen	Erwartungen	Erwartungen	Erwartungen
Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –
teilen mathematische Gedanken anderen schlüssig und klar mit	→ beschreiben Mitschülerinnen und Mitschülern ihre Lösungen	→ erläutern Mitschülerinnen und Mitschülern ihre Überlegungen, die zur Lösung geführt haben	
	→ benutzen eingeführte Fachbegriffe und Darstellungen		
		→ stellen nach Vorbereitung Arbeitsergebnisse vor (Folie, Poster)	
vollziehen mathematische Argumentationen anderer nach, bewerten sie und diskutieren sachgerecht	→ beschreiben Lösungswege von Mitschülerinnen und Mitschülern mit eigenen Worten		→ vergleichen und bewerten unterschiedliche Lösungswege und Ergebnisse
	→ arbeiten in Kleingruppen an Lösungen mathematischer Probleme	→ beurteilen die Gruppenarbeit und schlagen Verbesserungen vor	
gehen konstruktiv mit Fehlern um	→ suchen Fehler in ihren Ergebnissen und korrigieren sie	→ erklären Ursachen von Fehlern in Ergebnissen	→ nutzen Strategien zur Fehlervermeidung

Anregungen für einen kompetenzorientierten Unterricht

Argumentieren und Kommunizieren stehen in einem engen Zusammenhang. Kommunizieren im Mathematikunterricht beinhaltet die Fähigkeit eigene Vorgehensweisen zu beschreiben, Ergebnisse darzustellen und gemeinsam darüber zu reflektieren. Im Gegensatz zum Argumentieren steht damit der Informationsaustausch und nicht Plausibilitätsprüfung und Einigung hinsichtlich der Korrektheit und Kohärenz eines Lösungsversuchs im Fokus.

Kommunizieren fordert die grundsätzliche Bereitschaft der Schülerinnen und Schüler, Aufgaben gemeinsam zu bearbeiten und dabei Verabredungen zu treffen und einzuhalten. Mathematische Fachbegriffe und Zeichen dienen dabei als Grundlagen fachgerechter Verständigung und müssen sachgerecht genutzt werden.

Kompetenzen des Kommunizierens werden durch die Auseinandersetzung mit problemhaltigen Aufgabenstellungen in mathematischen Gesprächen (Lehrerzentrierte Unterrichtsgespräche, Partner- und Gruppenarbeit) und „Mathekonferenzen“ erworben und beinhalten die Fähigkeit, das eigene Arbeitsergebnis – auch schriftlich in Form von Lösungsskizzen, grafischen Darstellungen etc. – abzubilden.

Wenn Schülerinnen und Schüler ihre Rechenwege vorstellen, müssen sie über die Sache und über das eigene Denken reflektieren. Dies sind Fähigkeiten, die keineswegs selbstverständlich vorhanden sind, sondern im Unterricht entwickelt und erlernt werden, insbesondere von Schülerinnen und Schülern, die in diesem Bereich verunsichert sind, weil sie in ihrer Schulbiografie wiederholt die Erfahrung gemacht haben, dass sich eigene Rechenstrategien als nicht erfolgreich erwiesen haben. Einer aufgrund der bisherigen Erfahrungen entwickelten passiv-rezeptiven Lernhaltung („Was soll ich machen?“, „Wie geht das?“), die einem kommunikativ-entdeckenden Unterrichtsansatz entgegensteht, sollte durch eine ermutigende Haltung der Lehrkraft sukzessiv entgegen gewirkt werden.

„Welche Zahlen kannst du schon? Wie hast du die Lösung gefunden? Was fällt dir auf? Findest du ein Muster? Hast du alle Möglichkeiten entdeckt?“ sind Fragen und Impulse, die selbständiges Weiterdenken unterstützen.

Beispielaufgaben

Merk- und Ratespiele

Spiele zum Beschreiben fördern und sichern das Verständnis mathematischer Begriffe und schaffen Grundlagen der Kommunikation im Fach.

„Was ist gemeint?“

Schüler ziehen eine Karte und umschreiben den Begriff ihren Mitschülern

Mein Teekesselchen hat
3 Flächen und 2 Kanten

Mein Teekessel hat
4 rechte Winkel und
gleichlange Seiten

Mein Teekessel ist das Ergebnis einer Addition

Rechenkonferenzen/Erfinderrunden

Rechen- oder Mathekonferenzen bieten vielfältige Möglichkeiten des Austauschs und der Kommunikation. Fachliche Problemsituationen werden erörternd vertieft. Mögliche Lösungswege werden in der Gruppe entwickelt und gegeneinander abgewogen. Abschließend müssen die Ergebnisse den Mitschülern in verständlicher Form vorgestellt werden.

„Das rechne ich so!“

Wählt Aufgaben aus der Kiste
und beschreibt euren Rechenweg.

$34 + 16$	$21 + 79$	$99 - 49$	
$80 - 29$	$44 - 22$	$29 + 19$	$30 - 15$

Was kann man alles in einer Minute machen?

Tausche dich mit deinen Mitschülern aus.
Gestaltet gemeinsam ein Plakat.

Sonja hat 3 verschiedene Geldscheine. Zusammen sind es mehr als 50 Euro, aber weniger als 100 Euro.

- Welche Geldscheine können das sein?
- Finde alle Möglichkeiten.
- Welche Beträge ergeben sich bei den einzelnen Möglichkeiten?
(Überschneidung z.B. mit "Problemlösen")

Schneide ein T aus einer farbigen Folie. Lege das T auf die Hundertertafel, so dass du 5 Zahlen darunter siehst. Verschiebe die Schablone über der Hundertertafel.

- Welches ist die höchste Summe, die du erreichen kannst? Beschreibe dein Vorgehen.
- Kannst du die Schablone so verschieben, dass du eine gerade Zahl als Summe erhältst?

Präsentieren und Gruppenarbeit reflektieren

Präsentationsphasen können durch Hinweise zur Strukturierung vorbereitet werden. Die Vorstellung der Arbeitsergebnisse wird erleichtert, wenn die Schülerinnen und Schüler eigene Arbeitsprodukte (Modelle, Zeichnungen, Lernplakate, Folien, etc.) präsentieren und auf der Grundlage dieser Materialien Lösungswege beschreiben können. Reflexionsbögen unterstützen die Schülerinnen und Schüler bei der realistischen Einschätzung eigener Arbeitsprozesse und Arbeitsergebnisse.

Vorbereitung der Gruppenpräsentation

Präsentieren

- Überlegt gemeinsam: Wie könnt ihr die Ergebnisse eurer Arbeit den Mitschülern präsentieren?
- Gestaltet ein Lernplakat oder eine Folie zu den Ergebnissen.
- „Wer macht was?“ Jeder soll eine Aufgabe beim gemeinsamen Präsentieren haben (Gruppensprecher, Vorlesen von Teilergebnissen, Fragen sammeln und beantworten, Materialdienst)

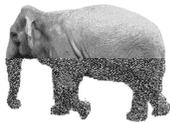
Bewertung der Gruppenpräsentation

	Ja	Nein
Befolgen der Arbeitsanweisung		
<ul style="list-style-type: none">• Haben wir die Anleitung sorgfältig gelesen und die Aufgabe richtig verstanden?• Wurde ein Lösungsplan ausgedacht?• Wurde ein Plan durchgeführt?		
Gestaltung der Folie		
<ul style="list-style-type: none">• War die Folie sauber und übersichtlich geschrieben?• War die Folie eine Hilfe, um den Rechenweg der Gruppe zu verstehen?		
Durchführung der Präsentation		
<ul style="list-style-type: none">• Wurde der Lösungsweg verständlich erklärt?• Haben wir Fragen der Mitschüler richtig beantwortet?		

Fermi-Aufgaben

Fermi-Aufgaben beinhalten Probleme, für deren rechnerische Lösung nur unzureichende numerische Informationen gegeben sind (vgl. "Modellieren"). Da notwendige Daten von den Schülerinnen und Schüler selbst ermittelt, grob geschätzt und Lösungsverfahren selbständig entwickelt werden müssen, regen sie zu einem vielfältigen kommunikativen Austausch an.

a) Was ist schwerer? Ein Elefant (Blauwal) oder alle Schüler deiner Lerngruppe?



b) Wie oft steht der Buchstabe a (e, f, x) in deinem Deutschbuch?



c) Wie lang ist der Stau, wenn alle 60 000 Zuschauer mit eigenem Auto (dem Bus) zum Fußballspiel anreisen?



Rechengeschichten erfinden

Das Erfinden oder Entwickeln eigener Rechengeschichten oder Aufgaben nach Vorgaben (z.B. zu Termen, Gleichungen, Fahrplänen, Prospekten, Sporttabellen, Katalogen, usw.) fördert den kommunikativen Austausch und erweitert die Sachrechenkompetenz (vgl. auch „Modellieren“). Selbst entwickelte Rechengeschichten können als Lernkartei den Unterricht bereichern.

Erfinde mit einem Partner zu jeder Aufgabenkarte drei Rechengeschichten. Stellt eure Lösungen vor.

$$20 - 12$$

$$250 + 55$$

$$50 \cdot 6$$

$$270 : 9$$

Besorgt Einkaufsprospekte verschiedener Geschäfte.

Entwickelt eine Aufgabenkartei.

Sonderangebote
Olli-Markt

Pizza -
Bringdienst
Unsere Preise:

Prozessbezogener Kompetenzbereich

Darstellen/Didaktisches Material verwenden

Hinweise zum Darstellen

Um tragfähige Vorstellungsbilder von mathematischen Sachverhalten (z.B. Zahlen, Operationen) aufbauen zu können, brauchen Schülerinnen und Schüler zunächst handelnden Umgang mit konkreten Materialien. Nach und nach lernen sie zu abstrahieren und gehen zu anderen Formen der Darstellung über (z. B. Darstellung mit Veranschaulichungsmitteln, Gleichungen, Termen).

Darüber hinaus erfahren sie grafische Darstellungen, Tabellen und Diagramme als allgemein übliche Formen der Kommunikation.

Mit Medien werden Sachverhalte vielfältig aufbereitet, um komplexe Zusammenhänge zugänglich zu machen. Aufgrund der Bedeutung der Mathematik als Kommunikationsmittel müssen Schülerinnen und Schüler Zahlenangaben (etwa zu Prozenten, Wahrscheinlichkeiten), Tabellen, Statistiken und grafische Darstellungen lesen, sachangemessen interpretieren und selbst erstellen können.

Je nach inhaltsbezogenem Kompetenzbereich lernen die Schülerinnen und Schüler den Gebrauch unterschiedlicher Darstellungen kennen (Baumdiagramme, Funktionsgrafiken, Konstruktionszeichnungen, Skizzen...).

Bei der Präsentation von Projektergebnissen erfahren die Schülerinnen und Schüler in besonderer Weise die Bedeutung von Darstellungen als Kommunikationsmittel.

Darstellungen wie Skizzen, Mindmaps und Lerntagebücher dienen dem Strukturieren und Dokumentieren eigener Überlegungen und unterstützen die Argumentation. Der flexible Wechsel zwischen verschiedenen Darstellungsformen erleichtert das Verständnis von Sachzusammenhängen.

	Ende Schuljahrgang 2	zusätzlich Ende Schuljahrgang 4
Kernkompetenzen	Erwartungen	Erwartungen
Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –
nutzen Darstellungen, um Zahlen und Zahlbeziehungen darzustellen	→ stellen Zahlen mit unterschiedlichen Materialien dar und ordnen einer Zahldarstellung eine Ziffer zu	→ stellen Zahlen mit den eingeführten Veranschaulichungsmitteln dar (Zwanzigerfeld, System-Blöcke, Rechenrahmen, ...)
	→ ordnen Zahlen (Kardinalzahl- und Ordinalzahlaspekt) → orientieren sich auf dem Zahlenstrahl und ordnen Ziffern zu	→ orientieren sich im Hunderterfeld
nutzen Darstellungen zur Veranschaulichung von Rechengeschichten oder Handlungen und zum Verständnis von Rechenoperationen	→ übertragen eine Darstellung in eine andere Darstellungsform	
	→ stellen Handlungen in Rechengeschichten mit Material oder zeichnerisch dar und umgekehrt → stellen zu einer Rechengeschichte oder Handlung eine Gleichung oder einen Term auf und umgekehrt → notieren zu einer Darstellung, einer Rechengeschichte oder einer Handlung eine Gleichung und umgekehrt → verbinden mit den eingeführten Rechenzeichen Vorstellungen und ordnen sie sicher einer Sachsituation zu	
nutzen didaktisches Material zur Lösung von Rechenoperationen	→ stellen eine Rechenaufgabe mit Veranschaulichungsmitteln dar	→ nutzen eingeführte Veranschaulichungsmittel beim vorteilhaften Rechnen und zur Ablösung vom zählenden Rechnen
	→ nutzen zur Lösung von Rechenoperationen sachgerecht eingeführte Veranschaulichungsmittel	

	Ende Schuljahrgang 6	zusätzlich Ende Schuljahrgang 8	zusätzlich Ende Schuljahrgang 9
Kernkompetenzen	Erwartungen	Erwartungen	Erwartungen
Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –
beschaffen sich aus Darstellungen Mathematik betreffende Informationen	→ entnehmen Informationen aus einfachen Grafiken sowie kurzen Texten	→ entnehmen Informationen aus komplexeren Grafiken sowie längeren Texten → ordnen Informationen aus verschiedenen Darstellungen einander zu	→ entnehmen Informationen aus authentischen Texten und Grafiken
erstellen mathematische Darstellungen	→ erstellen einfache Darstellungen für mathematische Situationen → übertragen eine Darstellungsform auf neue Aufgaben → übertragen eine vorgegebene Darstellungsform in eine andere	→ erstellen umfangreichere Darstellungen → strukturieren Darstellungen übersichtlich	→ wählen die Darstellung adressatengerecht und sachangemessen aus → bereiten Darstellungen präsentationsgerecht auf
bewerten gegebene Darstellungen		→ beurteilen Darstellungen in Hinblick auf ihre Sachangemessenheit	
dokumentieren ihren Lernprozess	→ gestalten ihre Aufzeichnungen strukturiert und nachvollziehbar → veranschaulichen Sachverhalte zum eigenen Verständnis	→ wählen geeignete Strukturierungsmittel aus	

Anregungen für einen kompetenzorientierten Unterricht

Verschiedene Darstellungen und der Wechsel zwischen den Darstellungsformen unterstützen das Verständnis von Zahlen, Zahlbeziehungen und Rechenoperationen. Der Wahl und Einführung geeigneter Veranschaulichungsmittel kommt daher eine besondere Bedeutung zu.

Im Anfangsunterricht werden Mengen zunächst mit realen Gegenständen dargestellt. Erste Rechenoperationen werden in Rollenspielen und mit realen Gegenständen simuliert. Es folgen weitere Abstraktionen. Die Simulationen müssen mit den eingeführten Veranschaulichungsmitteln dargestellt und schließlich auf die symbolische Ebene übertragen werden können. Während im Zahlenraum bis 10 oder 20 unstrukturierte Arbeitsmittel Zahlen, Zahlbeziehungen und Rechenoperationen gut veranschaulichen, sollten mit Blick auf weitere Zahlenraumerweiterungen Arbeitsmittel gewählt werden, die durch ihre Struktur (z.B. deutliche Fünfer-, Zehnerbündelung) Zahldarstellungen und Rechenoperationen auch im erweiterten Zahlenraum veranschaulichen und eine Ablösung vom „Zählenden Rechnen“ begünstigen.

Skizzen sind ein wichtiges Hilfsmittel, um Sachsituationen zu veranschaulichen, liefern eventuell einen Lösungsweg oder helfen, eine Lösungsidee zu entwickeln (siehe Beispielaufgaben). Als Übung können z.B. Darstellungen einer Sachsituation zugeordnet werden (vgl. "Modellieren" – Mathematisieren). Beim Anfertigen eigener Skizzen sollten Hilfen gegeben werden. Vereinbarte Symbole (z.B. Strichmännchen, Striche, Kästchen, usw.), die man als Repräsentanten beim Zeichnen verwenden kann, erleichtern den Abstraktionsprozess.

Komplexe Sachverhalte werden durch Darstellungen zugänglicher. Um Sachverhalte strukturiert darzustellen oder Darstellungen Informationen entnehmen zu können, müssen die Schülerinnen und Schüler üben, eine Darstellungsform in eine andere zu übertragen (z.B. eine Tabelle in ein Streifendiagramm übertragen und umgekehrt). Geübt werden muss auch das „Lesen“ der Diagramme (Welche Information aus der Darstellung ist wichtig? – Wie lese ich einen Wert in einem Diagramm ab? – Welche Werte sind den Achsen zugeordnet? – Wie ist die Skalierung?).

Sachsituationen werden in geeigneter Weise als Säulen-, Balken-, Streifen- oder Kreisdiagramm (z.B. Ergebnisse von Befragungen und prozentuale Anteile) oder im Koordinatensystem (z.B. Zuordnungen wie Weg-Zeitdiagramm, proportionale und andere Zuordnungen) dargestellt.

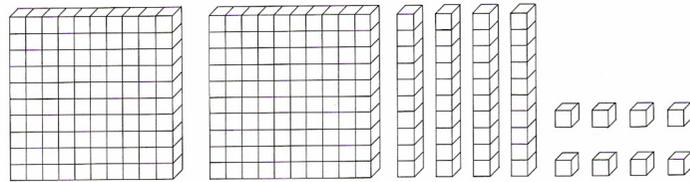
Das Kreisdiagramm stellt aufgrund der Komplexität der Konstruktion hohe Anforderungen und sollte zwar interpretiert aber nur bedingt konstruiert werden. Die Vor- und Nachteile der verschiedenen Diagrammformen zur jeweiligen Darstellung des Sachzusammenhangs sollen erläutert werden (Hinweise siehe "Daten und Zufall" – Beispielaufgaben).

Ein wichtiges Lernziel stellt auch die strukturierte und nachvollziehbare Gestaltung der eigenen Aufzeichnungen dar. Selbst erstellte Formelsammlungen, Merkheft und Lerntagebücher können helfen, den eigenen Lernweg zu dokumentieren und zu strukturieren (vgl. „Symbolische, formale und technische Elemente“). Darstellungen sind auch beim Kommunizieren – z.B. beim Vorstellen von Ergebnissen oder Lösungswegen – oder beim Argumentieren von Bedeutung, weil Zusammenhänge veranschaulicht werden und sich daraus viele Möglichkeiten zum Kommunizieren und Argumentieren ergeben.

Beispielaufgaben

Verschiedene Zahldarstellungen der Zahl 248:

a) mit Material



b) zeichnerisch in der Quadrat-, Strich-, Punkt-Darstellung



c) in der Stellenwerttafel mit Punkten als Repräsentanten

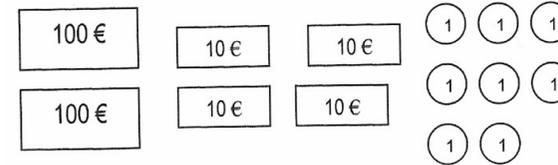
100	10	1
•	• •	• •
•	•	• • •
	•	• • •

d) symbolische Notation in der Stellenwerttafel oder ohne

H	Z	E
2	4	8

248

e) weitere Darstellungen z.B. mit Geld bieten sich an



f) verschiedene Darstellungen, die die Schreib- und Sprechweise oder Zerlegungen in die Stellenwerte darstellen

zweihundertachtundvierzig

2 Hunderter - 4 Zehner - 8 Einer

4Z 2 H 8 E

200 + 40 + 8

Die Beispiele können auch für weitere Übungen, z.B. zur Einsicht in das Stellenwertsystem, genutzt werden.

- Welche Zahl ist dargestellt?

100	10	1
•		•

- Welche Zahlen kannst du mit 2 Plättchen darstellen?

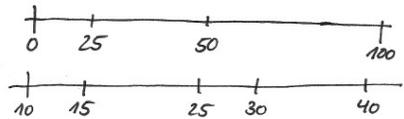
Welche Zahl ist dargestellt?

Du darfst ein Plättchen wegnehmen (verschieben).

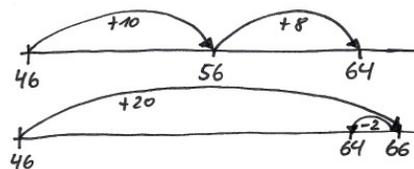
Welche Zahlen kannst du bilden?

100	10	1
•	•	•

Zahlen am "leeren Zahlenstrahl" oder "Rechenstrich" darstellen



Rechenoperationen darstellen



Viele Veranschaulichungsmittel repräsentieren aufgrund der Bedeutung für die Stellenwertschreibweise vorrangig die Idee der Bündelung und der Stellenwerte. Der Zahlenstrahl ist ein Arbeitsmittel, welches die lineare Anordnung der Zahlen verkörpert. Zum besseren Verständnis kann man einen Zahlenstrahl durch zunehmende Verfeinerung der Skalierung entwickeln (siehe „Zahlen und Operationen“).

Mit dem Rechenstrich lassen sich nur die beiden Endpunkte genau bestimmen. Das ungefähre Einzeichnen einiger Zahlen unterstützt die Orientierung im Zahlenraum. Auch Rechenoperationen können am Rechenstrich dargestellt werden. Nicht die exakte Position der Zahlen ist hier entscheidend, sondern vielmehr die Vorstellung der Rechenoperationen (vorwärts, rückwärts, in Schritten usw.).

Zunehmende Abstraktion in der Darstellung von Rechenhandlungen:

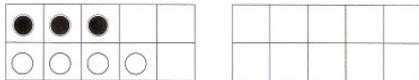
Rechengeschichte: Auf dem Schulhof stehen 3 Kinder. 4 kommen dazu.



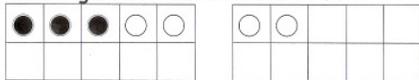
Muggelsteine



Zehnerfeld



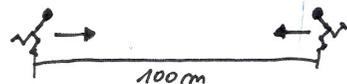
Zwanzigerfeld bzw. Zehnerstreifen



- die Handlung wird simuliert und eventuell gezeichnet (z.B. mit Strichmännchen)
- die Handlung wird mit unstrukturierten Materialien und schließlich mit eingeführten Arbeitsmitteln dargestellt

$3 + 4 =$

- die Handlung wird symbolisch notiert (Gleichung, Term)



Hinweis: Skizzen dienen der Veranschaulichung der Aufgabe, helfen, eine Lösungsidee zu entwickeln oder liefern schon einen Lösungsweg

Zwei Spieler sind 100 m voneinander entfernt und laufen aufeinander zu. Wie groß ist der Abstand zwischen ihnen, wenn der erste Spieler 20 m und der zweite Spieler 35 m weit gelaufen ist?

Ergebnis: $100 \text{ m} - 35 \text{ m} - 20 \text{ m} = 45 \text{ m}$

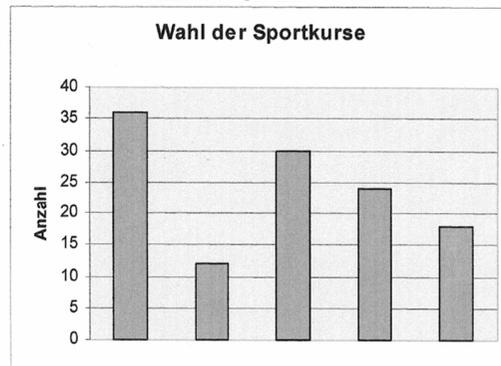
120 Schülerinnen und Schüler haben ihren Sportkurs für das nächste Halbjahr gewählt.

„Hier unsere Ergebnisse“:
Fußball - 30 Schüler
Badminton - 36
Basketball - 24
Handball - 18
Turnen - 12

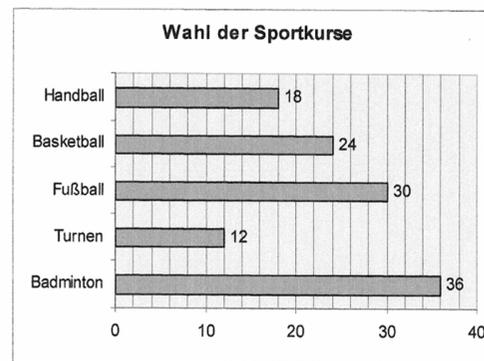
Tabelle:

Sportart:					
Anzahl:	30	36	24	18	12

Beschrifte das Säulendiagramm:



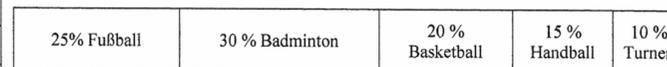
Balkendiagramm:



	Anzahl	Prozentsatz
		25 %
	36	
		20 %
		
	12	
Gesamt:		

Streifendiagramm der prozentualen Anteile

(günstige Länge 10 cm, denn 1cm entspricht dann 10 %):



Wechsel zwischen verschiedenen Darstellungsformen.

Zunächst können die Umfrageergebnisse in eine Tabelle, ein Säulen- oder Balkendiagramm übertragen werden oder umgekehrt.

Durch Rechnung können die prozentualen Anteile ermittelt und schließlich dargestellt werden, die in einem weiteren Schritt auch Vergleiche – z.B. mit anderen Jahren oder Schulen – ermöglichen würden.

Hinweise zur Wahl geeigneter Diagrammformen finden sich in den Beispielaufgaben zu "Daten und Zufall".

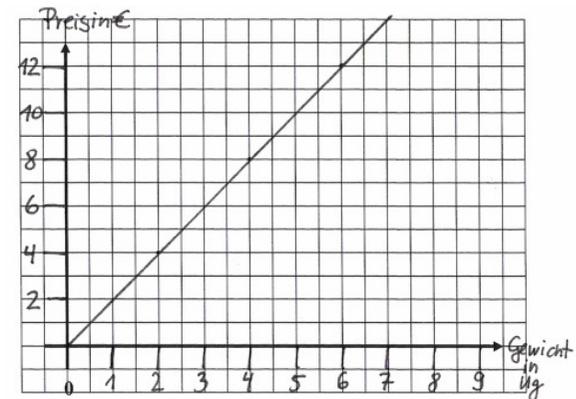
Beispiel verschiedener Darstellungen proportionaler Zuordnungen.

Äpfel
1 kg
2,00 €

Gewicht in kg	0	1	2	4	8
Preis in €	0	2			

Berechne in einer Wertetabelle oder lies im Schaubild ab.

Wie viel € kosten 3 kg/6 kg/9 kg oder 2,5 kg/4,5 kg?



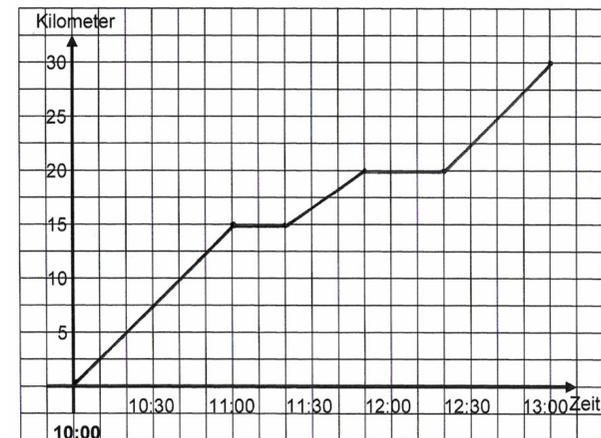
Weg-Zeitdiagramme können einer Geschichte zugeordnet oder danach erstellt werden. Fragen, die sich mit Hilfe des Texts und/oder des Diagramms beantworten lassen, begünstigen einen Wechsel zwischen den Repräsentationsformen und tragen zum Verständnis des Diagrammtyps bei.

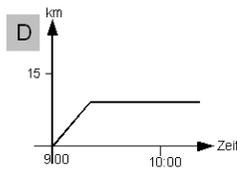
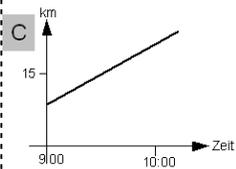
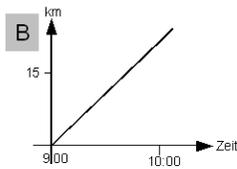
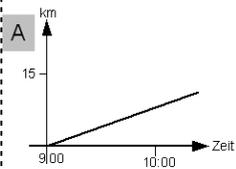
Julias Bericht der letzten Radtour:

Unsere Radtour begann um 10:00 Uhr. Nach einer Stunde hatten wir schon 15 km geschafft. Dann mussten wir eine Pause machen, da erst ein platter Reifen geflickt werden musste. Nach 20 Minuten konnten wir weiterfahren. Wir fuhren 5 km an einem Fluss entlang bis zu einer Eisdielen, die wir um 11:50 Uhr erreichten. Erfrischt fuhren wir nach 30 Minuten weiter. Unser Ziel erreichten wir um 13:00 Uhr. Insgesamt war die Radtour 30 km lang.

Beantworte die Fragen mit Hilfe des Textes und des Diagramms.

Wann begann die Radtour? – Wie viele Pausen wurden gemacht? – Wie viele Kilometer wurden in der ersten Stunde zurückgelegt? – Wie lange dauerte die zweite Pause? – usw.





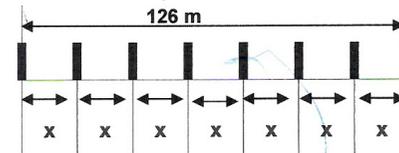
Die 9. Klasse machte während ihrer Klassenfahrt eine Fahrradrallye.

Ordne folgende Aussagen den Grafen zu.

- I. Peter fuhr sehr schnell. _____
- II. Anke hatte eine Fahrradpanne und konnte nicht weiter fahren _____
- III. Frank fuhr ziemlich langsam. _____

Weitere Beispiele dafür, wie Skizzen die Lösung/eine Lösungsidee unterstützen können:

In einer Straße stehen im gleichen Abstand 8 Straßenlaternen. Der Abstand von der ersten bis zur letzten Laterne beträgt 126 m. Wie groß ist der Abstand?



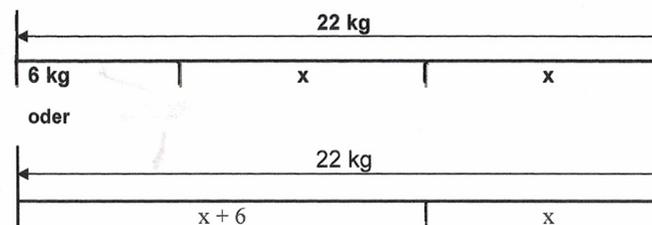
$$126 : 7 = 18 \text{ m}$$

$$7 \cdot x = 126$$

Weitere Zuordnungen und ihre Darstellungen vgl. "Funktionaler Zusammenhang".

Skizzen zur Lösung nutzen und eventuell Gleichungen ableiten.

Paul und Marie haben in ihren Rucksäcken insgesamt 22 kg Gepäck.
Paul trägt 6 kg mehr.
Wie viel kg trägt jeder?



$$22 - 6 = 16 \quad \text{Paul trägt } 8 + 6 = 14 \text{ kg}$$

$$16 : 2 = 8 \quad \text{Marie trägt } 8 \text{ kg}$$

$$x + 6 + x = 22 \quad \text{vereinfacht: } 2x + 6 = 22$$

Prozessbezogener Kompetenzbereich

Symbolische, formale und technische Elemente

Hinweise zu symbolischen, formalen und technischen Elementen

Symbolische und formale Werkzeuge sind kein Selbstzweck. Sie dienen der effizienten Darstellung und Kommunikation mathematischer Sachverhalte. Sie erwachsen aus dem Unterricht, wenn sich die Notwendigkeit zu ihrer Einführung von der Sache her ergibt.

Formale Elemente sind ein besonderes Werkzeug der Mathematik, um komplexe Sachverhalte mathematisch prägnant auszudrücken und im entsprechenden mathematischen Modell zu operieren.

Zur Bearbeitung offener Aufgaben ist die kompetente Nutzung von Informationsquellen – wie Internet oder Nachschlagewerke – notwendig.

Die Schülerinnen und Schüler lernen, mit Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen, Diagrammen und Tabellen zu arbeiten. Mit mathematischen Werkzeugen wie Formelsammlungen, Taschenrechnern und Software gehen sie verständig und sinnvoll um. Sie kennen Lösungs- und Kontrollverfahren und wenden sie selbständig an. Symbolische und formale Sprache verstehen sie und können sie in natürliche Sprache übertragen.

	Ende Schuljahrgang 6	zusätzlich Ende Schuljahrgang 8	zusätzlich Ende Schuljahrgang 9
Kernkompetenzen	Erwartungen	Erwartungen	Erwartungen
Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –
verwenden mathematische Werkzeuge	→ arbeiten mit Lineal, Geodreieck und Zirkel	→ nutzen Geodreieck und Zirkel für Konstruktionen	
		→ nutzen die Standardfunktionen des Taschenrechners	→ nutzen Tabellenkalkulationssoftware
verwenden Variablen, Terme, Gleichungen (auch Formeln) und Funktionen	→ berechnen Zahlenterme		→ vereinfachen Variablensterme
	→ geben zu Gleichungen passende Sachsituationen an	→ nutzen einfache Formeln bei der Umfangs- und Flächenberechnung	→ verwenden Variablen als Platzhalter in funktionalen Zusammenhängen
	→ übersetzen Sachsituationen in mathematische Gleichungen		
		→ wählen Lösungs- und Kontrollverfahren und wenden sie an	
	→ übersetzen zwischen Umgangssprache und Symbolsprache		
wählen Informationsquellen und technische Hilfsmittel aus und nutzen sie selbstständig	→ nutzen eigene Aufzeichnungen		
	→ nutzen das Schulbuch	→ nutzen Nachschlagewerke → nutzen das Internet	→ nutzen eine Formelsammlung
	→ nutzen Lernprogramme, um mathematische Fertigkeiten und Fähigkeiten zielgerichtet weiter zu entwickeln	→ wählen technische Hilfsmittel unter Berücksichtigung der Kriterien Genauigkeit, Zeitökonomie und Fehleranfälligkeit aus	

Anregungen für einen kompetenzorientierten Unterricht

Für die Schülerinnen und Schüler spielen das Basiswissen (z.B. Kennen der Grundaufgaben des kleinen 1+1 oder 1•1, Beherrschen halbschriftlicher und schriftlicher Rechenoperationen, ...) und grundlegende Fertigkeiten (z.B. der Umgang mit Zeichen- und Messinstrumenten, ...) im Unterricht eine entscheidende Rolle.

Sie sind Voraussetzung für:

- ein tieferes Eindringen in mathematische Themengebiete
- ein erfolgreiches Bestehen innerhalb der beruflichen Ausbildung
- eine alltägliche Lebensbewältigung.

Zur Sicherung des Basiswissens gehören:

- das Bewusstmachen von Basiswissen
 - o vorgegebene Wissenssammlungen
 - Grundwissenskataloge
 - Plakate zum Basiswissen
 - Formelsammlungen
 - o Selbstgestaltete Wissenssammlungen
 - Merkstoffhefte
 - Lernlandkarten
 - Grundwissenkartei
 - Lerntagebuch
- das Wiederholen von Basiswissen
 - o Kartei- und Tandemkarten
 - o Wiederholungs- und Übungsblätter
 - o Lernspiele
 - o 10-Minutentests
- das Vernetzen von Basiswissen
 - o Kopfübungen
 - o Selbstdiagnosebogen
 - o Mathematikführerschein
 - o Auf Kernideen zurückgreifen

Ziel sollte es sein, dass die Schülerinnen und Schüler die Merkstoffhefte/-kataloge als ständiges Arbeitsmittel (ähnlich wie im Fremdsprachenunterricht) nutzen. In Wiederholungsphasen und häuslichen Übungen können sie Begriffe gezielt nachschlagen und somit mehr Selbständigkeit erlangen.

Die Nutzung der Standardfunktionen des Taschenrechners wird ab Klasse 7 vorgeschlagen, weil der Taschenrechner sinnvoll beim Lösen komplexer Aufgabenformate oder als Differenzierung eingesetzt werden kann. Im Sinne einer ständigen Wiederholung von Basiswissen ist darauf zu achten, dass das Lösen einfacher oder neu eingeführter Rechenverfahren auch ohne Taschenrechner geübt wird

Spätestens in der 9. Jahrgangsstufe sollten Schülerinnen und Schüler einfache Funktionen eines Tabellenkalkulationsprogramms (z.B.: Diagramme erstellen, Summen bilden, ...) nutzen können.

Beispielaufgaben

Mathematik FÜHRERSCHEIN

Name: _____

Klasse: _____

Thema:		Datum	Zeichen	Datum	Zeichen
Kopfrechnen	Addition				
	Subtraktion				
	Multiplikation				
	Division				
	Umgang mit der Hundertertafel				
Schriftliches Rechnen	Addition				
	Subtraktion				
	Multiplikation				
	Division				
Größen	Längen (m, cm, mm)				
	Gewichte (kg, g, mg)				
	Flüssigkeiten (l, ml)				
	Zeiten (Jahr, Monat, Tag)				

Selbstdiagnosebogen

Name: _____

Ich löse folgende Aufgaben	sicher	ziemlich sicher	unsicher	sehr unsicher
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				

Die genannten Repräsentanten für die Längen sind nur Beispiele.

Repräsentanten für Längen sollten im Unterricht gemeinsam ausgewählt werden

Lernplakat (Beispiel) Längen

1 km	=	1000 m	(2,5 mal um den Sportplatz)
		1 m	= 10 dm (ein großer Schritt)
			1 dm = 10 cm (Länge eines Handys)
			1 cm = 10 mm (Fingerbreite)
			0,1 cm = 1 mm (Bleistiftspitze)

3.2 Inhaltsbezogener Kompetenzbereich

Zahlen und Operationen

Hinweise zu Zahlen und Operationen

Zentrale Kompetenz im Bereich „Zahlen und Operationen“ ist die Ausbildung einer tragfähigen Vorstellung von Zahlen in verschiedenen Darstellungen, unter verschiedenen Aspekten, ihren Eigenschaften und Beziehungen zu anderen Zahlen. Ein sicheres Operationsverständnis erwerben die Schülerinnen und Schüler über die strukturierte Herausbildung tragfähiger Vorstellungsbilder auf der Grundlage konkreter Handlungen und fortschreitender Abstrahierung. Ein vorstellungsgestützter Zahlbegriff und sicheres Operieren im jeweiligen Zahlbereich sind Grundlage des Kompetenzerwerbs in vielen Kompetenzbereichen und werden im täglichen Leben ständig benötigt. Der Sicherung von Basiswissen kommt daher eine besondere Bedeutung zu; sie ist zentraler Bestandteil des gesamten Mathematikunterrichts.

Die Erweiterung des jeweiligen Zahlbereichs gründet sich auf Alltagserfahrungen der Schülerinnen und Schüler. Rechnungen greifen, wo immer möglich, Sachkontexte auf und sind mit anderen inhaltsbezogenen und prozessbezogenen Kompetenzbereichen zu verknüpfen.

	Ende Schuljahrgang 2	zusätzlich Ende Schuljahrgang 4
Kernkompetenzen	Erwartungen	Erwartungen
Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –
bilden und vergleichen Mengen	<ul style="list-style-type: none"> → bilden Mengen nach den Eigenschaften ihrer Elemente (Klassifikation: Oberbegriff, Form, Farbe, Funktion, etc.) → ordnen die Elemente einer Menge (Seriation) → verwenden beim Vergleich von Mengen Relationsbegriffe (mehr/weniger/gleich) → bestimmen die Mächtigkeit einer Menge (Simultanerfassung, Zählen) 	<ul style="list-style-type: none"> → strukturieren und vergleichen die Mächtigkeit von Mengen durch Gruppierung und Bündelung
beherrschen/verwenden grundlegende Zählstrategien	<ul style="list-style-type: none"> → ordnen jedem Element ein Zahlwort zu → beherrschen die Zahlwortreihe → zählen vorwärts, rückwärts und weiter → zählen in Schritten 	<ul style="list-style-type: none"> → nutzen weiterführende Zählstrategien beim Rechnen (z.B. vom größeren Summanden weiter zählen)
besitzen sinntragende Vorstellungen von Zahlen und Zahlenräumen	<ul style="list-style-type: none"> → fassen Zahlen unter den verschiedenen <i>Zahlaspekten</i> auf → orientieren sich sicher im Zahlenraum bis 20 → vergleichen, strukturieren, zerlegen Zahlen und setzen sie zueinander in Beziehung (größer, kleiner, gleich) 	<ul style="list-style-type: none"> → lesen, interpretieren und vergleichen Zahlen unter Anwendung der Struktur des Zehnersystems (Prinzip der Bündelung und der Stellenwertschreibweise) → orientieren sich sicher im Zahlenraum bis 100 → vergleichen, strukturieren, zerlegen Zahlen und setzen sie zueinander in Beziehung (z.B. die Hälfte, das Doppelte, größer als).
stellen Zahlen dar	<ul style="list-style-type: none"> → stellen Zahlen handelnd, bildlich, symbolisch und sprachlich dar (vgl. "Darstellen") 	<ul style="list-style-type: none"> → stellen Zahlen mit strukturierten Materialien, auf der Zahlengeraden und in der Stellenwerttafel dar
verstehen und beherrschen Rechenoperation	<ul style="list-style-type: none"> → verfügen über Grundvorstellungen der Addition und Subtraktion → können Handlungen, Rechengeschichten und bildlichen Darstellungen Operationszeichen zuordnen und umgekehrt → kennen die Zahlzerlegungen bis 10 und nutzen sie bei Rechenoperationen → lösen Aufgaben des kleinen $1 + 1/1 - 1$ 	<ul style="list-style-type: none"> → verfügen über Grundvorstellungen der Multiplikation und Division → lösen Aufgaben des $1 \cdot 1$ und Divisionsaufgaben aus dem Bereich → nutzen Rechenstrategien (z. B. Umkehr-, Nachbar-, Tauschaufgaben)
schätzen und prüfen ihre Ergebnisse		<ul style="list-style-type: none"> → finden Rechenfehler und korrigieren sie → prüfen die Plausibilität von Ergebnissen durch Überschlag und Umkehraufgabe

	Ende Schuljahrgang 6	zusätzlich Ende Schuljahrgang 8	zusätzlich Ende Schuljahrgang 9
Kernkompetenzen	Erwartungen	Erwartungen	Erwartungen
Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –
besitzen sinntragende Vorstellungen von Zahlbereichen	<ul style="list-style-type: none"> → nennen konkrete Repräsentanten großer Zahlen → orientieren sich sicher im erweiterten Zahlenraum → vergleichen, strukturieren und zerlegen Zahlen und setzen sie zueinander in Beziehung (z.B. größer, kleiner, Teiler und Vielfache). 	<ul style="list-style-type: none"> → nennen konkrete Repräsentanten negativer Zahlen 	
	<ul style="list-style-type: none"> → benennen Handlungen, die Bruchzahlen erzeugen 	<ul style="list-style-type: none"> → ordnen verschiedenen Sachverhalten des täglichen Lebens negative Zahlen zu 	
stellen Zahlen dar und nennen Besonderheiten der Zahldarstellung	<ul style="list-style-type: none"> → stellen natürliche Zahlen auf der Zahlengeraden und in der Stellenwerttafel dar 	<ul style="list-style-type: none"> → stellen Dezimalzahlen auf der Zahlengeraden und in der Stellenwerttafel dar 	<ul style="list-style-type: none"> → stellen rationale Zahlen auf der Zahlengeraden dar
	<ul style="list-style-type: none"> → vergleichen und ordnen natürliche Zahlen 	<ul style="list-style-type: none"> → vergleichen und ordnen positive rationale Zahlen 	<ul style="list-style-type: none"> → vergleichen und ordnen rationale Zahlen
	<ul style="list-style-type: none"> → verwenden Bruchzahlen und vergleichen und ordnen sie 	<ul style="list-style-type: none"> → identifizieren Brüche mit dem Nenner 100 als Prozent → erkennen Prozentsätze in verschiedenen Darstellungsformen 	<ul style="list-style-type: none"> → beschreiben Zusammenhänge zwischen Bruchzahlen, Dezimalbrüchen und Prozentsätzen
rechnen flüssig	<ul style="list-style-type: none"> → beherrschen das $1 \cdot 1$ und führen die Umkehrung sicher aus → rechnen im Kopf und halbschriftlich und nutzen dabei Rechenstrategien und Rechenvorteile 	<ul style="list-style-type: none"> → wenden Rechengesetze situationsgerecht an (Punkt vor Strich) → wählen sinnvoll zwischen Kopfrechnen, halbschriftlichen und schriftlichen Rechenverfahren 	<ul style="list-style-type: none"> → führen einfache Rechenoperationen mit negativen Zahlen durch

Beschränkung auf alltagsrelevante Beispiele bei Brüchen und Prozenten

Beschränkung auf Kennenlernen des Verfahrens der schriftlichen Division und der exemplarischen Anwendung.

51

	→ führen schriftliche Rechenverfahren sicher aus (Addition mit mehreren Summanden, Subtraktion mit einem Subtrahenden, Multiplikation mit mehrstelligem Multiplikator, Division mit einstelligem Divisor)	→ rechnen halbschriftlich und schriftlich mit Dezimalbrüchen	
	→ addieren und subtrahieren gleichnamige Brüche	→ multiplizieren einfache Brüche und Dezimalbrüche mit natürlichen Zahlen → dividieren einfache Brüche und Dezimalbrüche durch natürliche Zahlen → wenden die vier Grundrechenarten auf rationale Zahlen des täglichen Lebens an	→ wenden die vier Grundrechenarten auf rationale Zahlen des täglichen Lebens an
	→ lösen einfache Sachprobleme mit proportionaler Struktur (Zweisatz)	→ lösen Sachprobleme mit proportionaler Struktur → berechnen einfache Prozentwerte	→ lösen Sachprobleme anti-proportionaler Struktur → verwenden Prozentrechnung sachgerecht und berechnen Zinsen
schätzen und prüfen ihre Ergebnisse	→ runden Zahlen sachangemessen	→ nutzen verschiedene Kontrollverfahren (Schätzen, Überschlagen, Proben)	→ überprüfen Rechenergebnisse kritisch und wenden dabei Kontrollverfahren an

Anregungen für einen kompetenzorientierten Unterricht

Die Zahlenraumerweiterung in der Primarstufe des Förderschwerpunkts Lernen erfolgt sukzessiv. Bis zum Ende des 2. Schuljahrs sollte der Zahlenraum bis 20 und bis zum Ende des 4. Schuljahres der Zahlenraum bis 100 erarbeitet sein. Ausgehend von einer Wiederholung des Zahlenraums bis 100 erarbeiten die Schülerinnen und Schüler in der 5. Klasse den Zahlenraum bis 1000. Weitere Zahlenraumerweiterungen erfolgen stufenweise in den nachfolgenden Schuljahren. Bis zum Ende von Klasse 8 sollten alle Schülerinnen und Schüler einfache Operationen im Zahlenraum bis 1 Million durchführen können. Negative Zahlen werden unter Auswahl geeigneter Veranschaulichungen in den Unterricht einbezogen.

Fehlende Größenvorstellungen von Zahlen und die nicht tragfähige Einsicht in den dezimalen Zahlaufbau sind zentrale Probleme rechenschwacher Schüler. Beiden Aspekten ist im Unterricht besondere Bedeutung beizumessen. Veranschaulichungsmaterialien wie Zahlenstreifen, Rechenschiffchen, Rechenblöcke, Hunderter- und Tausenderfelder, Zahlenstrahl, Stellenwerttafel, etc. bilden die Struktur des Zahlenraums ab und unterstützen Schülerinnen und Schüler beim Aufbau innerer Vorstellungen, die beim späteren Rechnen im Zahlenraum notwendig werden.

Eine handlungsorientierte Einführung auf der Basis konkreter Materialien sichert notwendige Lernvoraussetzungen im Umgang mit Zahlen methodisch ab. Beim Schätzen, Bündeln und strukturierten Zählen von Mengen (Büroklammern, Steckwürfel, Bohnen, etc.) werden sowohl Größenvorstellung als auch Einsichten in den dezimalen Zahlaufbau angebahnt und vertieft.

Veranschaulichungsmittel wie die Rechenblöcke (Würfel - Einer, Stange - Zehner, Platte - Hunderter, usw.) bilden den Zahlenraum in seiner Struktur ab. Größer-/Kleinerrelationen und stellenwertgerechtes Rechnen können handelnd dargestellt werden.

Der Zahlenstrahl fokussiert die ordinale Struktur des Zahlenraums. Auch hier lassen sich Größenverhältnisse veranschaulichen. Weitere Übungsschwerpunkte sind Nachbarzahlen (Nachbarzehner, Nachbarhunderter etc.) und Zahlenreihen. Rechenschritte sind auch als Sprünge am Zahlenstrahl darstellbar. Bruchzahlen werden in ihrer Grundvorstellung als Teil eines Ganzen bis zur 6. Klasse als Stammbrüche und abgeleitete Brüche eingeführt. Grundvorstellungen sind auf der Handlungsebene unter Wahl geeigneter Flächenmodelle anzubahnen und nachfolgend auf den Zahlenstrahl zu übertragen. Das formale Operieren (Erweitern, Kürzen, Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren, Dividieren) ist ebenfalls aus der Handlung abzuleiten. Brüche wie $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{8}$ sollten im Umgang mit verschiedenen Größeneinheiten (m, km, h, ...) sicher angewendet werden.

Im Sinne vernetzten Wissens ist der Zusammenhang zwischen Bruchzahlen ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{10}$, usw.), Hundertstelbruch, Prozentsatz und Dezimalzahl ($\frac{25}{100} = 25\% = 0,25 = \frac{1}{4}$) im Unterricht anschaulich abzuleiten.

Ein sicheres Operationsverständnis erwerben die Schülerinnen und Schüler über die strukturierte Herausbildung tragfähiger Vorstellungsbilder auf der Grundlage konkreter Handlungen und fortschreitender Abstrahierung (vgl. "Darstellen"). Um zählendem Rechnen vorzubeugen, sollten die Schülerinnen und Schüler der Primarstufe Zahlen sicher zerlegen können.

Abrufbare Kenntnisse (z.B. $1 + 1$, $1 \cdot 1$) unterstützen die Entwicklung mündlicher und halbschriftlicher Rechenstrategien. Beim Kopfrechnen ist dem verständnisorientierten Rechnen der Vorrang vor rein mechanischen Rechenoperationen einzuräumen. Im Fokus der Unterrichtsarbeit stehen damit Übungsformate, die der Entwicklung von Rechenstrategien wie Verdoppeln, Tauschaufgaben, zum Zehner bzw. Hunderter ergänzen, rückwärts rechnen etc. förderlich sind. Auch wenn zählende Rechner hier an ihre Grenzen stoßen, sollte nicht zu früh auf rein schriftliches Rechnen zurückgegriffen werden. Das Schwierigkeitsniveau der Aufgaben ist entsprechend den individuellen Lernausgangslagen zu differenzieren.

Halbschriftliche Verfahren veranschaulichen sinnvolle Rechenwege und -strategien. Sie werden im Sinne von gestütztem Kopfrechnen eingeführt. Solange die Schülerinnen und Schüler nicht die ganze Aufgabe im Kopf lösen können, sollten sie die notwendigen Zwischenschritte halbschriftlich notieren. Zur Veranschaulichung der Rechenwege bieten sich Rechenblöcke sowie der Zahlenstrahl an.

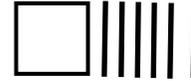
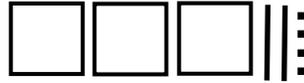
Am Ende des 6. Schuljahrgangs sollten die Schülerinnen und Schüler alle schriftlichen Rechenverfahren formal beherrschen und die zugrunde liegenden Strategien verstehen. Auch wenn das Verfahren zur schriftlichen Subtraktion grundsätzlich freigestellt ist, sollte hinsichtlich einer verständnisorientierten Einführung dem Abziehverfahren der Vorzug gegenüber dem Ergänzungsverfahren eingeräumt werden. Im Unterricht wird der schriftliche Divisionsalgorithmus mit einstelligem Divisor eingeführt. Seine Automatisierung muss aber nicht bei allen Schülerinnen und Schülern erwartet werden. Divisionsaufgaben mit mehrstelligem Divisor können mit Taschenrechner gelöst werden. Um Schülerinnen und Schüler, die im formalen Rechnen unsicher sind, nicht zusätzlich beim Sachrechnen zu benachteiligen, ist der frühzeitige Taschenrechnereinsatz in diesem Bereich anzuraten.

Besondere Bedeutung kommt bei allen Rechenverfahren dem überschlagenden Rechnen zu. Es stützt Größenvorstellungen von Zahlen, dient der Ergebniskontrolle und ist eine im Alltag notwendige Fähigkeit. Kompetenzorientierter Unterricht beinhaltet den konstruktiven Umgang mit Fehlern. Geeignete Übungen wie Fehlersuchaufgaben können Schülerinnen und Schüler für typische Fehlerquellen sensibilisieren und die Ergebniskontrolle durch Überschlagen, Runden oder Anwenden der Umkehroperation anregen.

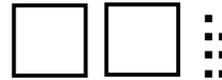
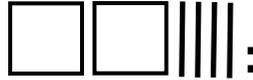
Beispielaufgaben

Wie heißen die Zahlen?

Nimm einen Hunderter weg.



Wie heißt die neue Zahl?

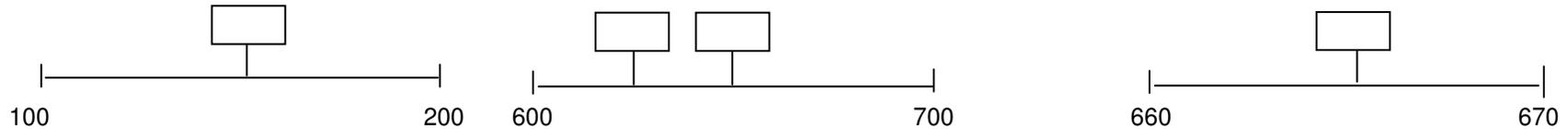


Wie viele verschiedene Hunderterzahlen kannst du mit den drei Ziffernkarten legen?

Ordne nach der Größe.



Wie heißen die Zahlen?



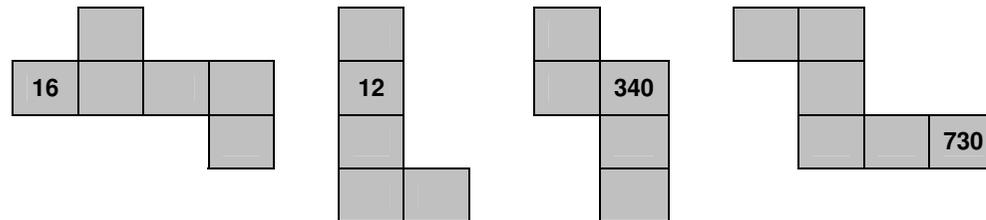
Ergänze die fehlenden Zahlen.

Erfinde eigene Zahlreihen. Findet dein Partner die Lösung?

670	700		760					
2000	1990	1970	1940					
70		210	280					
20 000	10 000		2500					

Ergänze die Ausschnitte aus dem

Hunderter-/Tausenderfeld



Ergänze.

•	6	30		200
5				
				1600
4			200	

+	300	150		390
240			500	
110				
	580			

Rechne aus und setze die Reihen fort.

Erfinde eigene Aufgaben.

$7 - 2 =$	$\underline{\quad} + \underline{\quad} =$	$220 + 30 =$	$3 \cdot 2 =$	$1000 - 50 =$
$8 - 3 =$	$2 + 2 =$	$220 + 60 =$	$3 \cdot 3 =$	$1100 - 100 =$
$9 - 4 =$	$3 + 3 =$	$220 + 90 =$	$3 \cdot \underline{\quad} =$	$\underline{\quad} - 150 =$
$10 - \underline{\quad} =$	$\underline{\quad} + \underline{\quad} =$	$220 + \underline{\quad} =$	$3 \cdot 5 =$	$1300 - 200 =$
...

Finde alle Aufgaben der Zahlenfamilie.

Rechne aus.

<u>70</u>	<u>150</u>	<u>80</u>
$70 + 80 =$		
$80 + 70 =$		
$150 - 80 =$		
$150 - 70 =$		

<u>3</u>	<u>240</u>	<u>80</u>
$3 \cdot 80 =$		
$80 \cdot 3 =$		
$240 : 80 =$		
$240 : 3 =$		

Setze die fehlenden Zahlen ein.

a) $\underline{\quad} \xrightarrow{+9} \underline{70} \xrightarrow{+20} = \underline{\quad}$

b) $\underline{9} \cdot \underline{\quad} \rightarrow \underline{450} \quad \underline{\quad} : \underline{\quad} \rightarrow = \underline{90}$

Setze die fehlenden Zahlen ein.

a)		2	3	3		b)		2	8	5	6	4		c)		4	5	6	4		d)		7	0	5	6	2
	+						+		4		6				-							-		4		4	
			5	7	6				9		6		8				1	8	5	2				6		8	2

Verbessere die Fehler.

(Typische Fehler beim schriftlichen Rechnen sollen gefunden werden, z.B. falsche Rechenrichtung, Fehler mit der Null, Übertragsfehler, 1+1 Fehler, falsche Rechenoperation)

a)		6	3	3		b)		5	8	5	6	4		c)		4	5	0	4		d)		7	9	9	6	2		
	-	1	4	8			+	5	6	7	5	3			-	2	4	7	0			-	4	6	8	6	2		
			5	1	5				1	0	4	2	1	7				2	1	0	4				3	2	0	9	0

Addiere oder subtrahiere. Das Ergebnis soll kleiner als 500 sein.

Überschlage zuerst. Entscheide selbst, ob du schriftlich oder im Kopf rechnest.

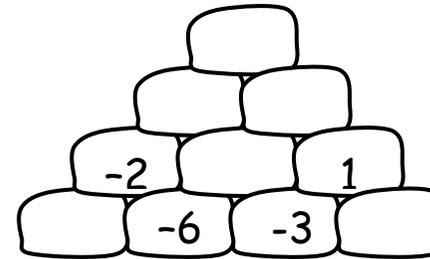
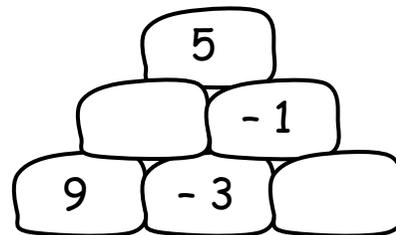
500		
350		140
750	350	288
	444	244
347		

Gleichungen. Ergänze fehlende Zahlen.

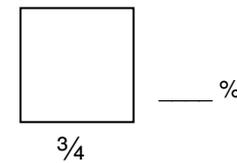
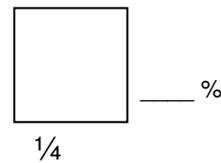
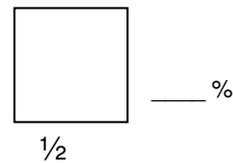
$$\bigcirc + \bigcirc + \bigcirc = \square + \square_{60}$$

$$\bigcirc_3 \cdot \triangle = \square_{100} + \triangle$$

Anregungen zu negativen Zahlen (**Zahlenmauern**).



Färbe den Bruchteil und schreibe als Prozent.



Inhaltsbezogener Kompetenzbereich

Größen und Messen

Hinweise zu Größen und Messen

Die Inhalte des Kompetenzbereichs „Größen und Messen“ sind Schnittstelle zwischen Mathematik, Umwelt, Naturwissenschaften und Technik. Phänomene aus der Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler ermöglichen eine Fächer verbindende Erarbeitung. Ein sicherer Umgang mit Größen ist Grundlage vieler Ausbildungsberufe. Der Kompetenzaufbau ist eng mit den Bereichen „Raum und Form“ und „Zahlen und Operationen“ verzahnt. Schülerinnen und Schüler entwickeln durch das Schätzen und Messen Größenvorstellungen, die im Modellierungsprozess helfen, die Ergebnisse auf Plausibilität zu überprüfen.

Kernkompetenzen Schülerinnen und Schüler –	Ende Schuljahr 2	zusätzlich Ende Schuljahrgang 4
	Erwartungen Schülerinnen und Schüler –	Erwartungen Schülerinnen und Schüler –
entwickeln Größenvorstellungen durch Schätzen und Messen	<ul style="list-style-type: none"> → messen, vergleichen und ordnen <i>Repräsentanten</i> aus dem <i>Größenbereich</i> Geldwerte (abgestimmt auf den erarbeiteten Zahlenraum) → vergleichen und ordnen Repräsentanten aus dem Größenbereich Längen (ordnen sie durch direkte Vergleiche nach ihrer Länge) 	<ul style="list-style-type: none"> → messen, vergleichen und ordnen <i>Repräsentanten</i> aus den <i>Größenbereichen</i> Längen, Geldwerte und Zeitspannen → verfügen über <i>Stützpunktvorstellungen</i> für <i>standardisierte Einheiten</i> bei Längen und Zeitspannen (z.B. für 1 m, 1 cm, 1 h, 1 s) und nutzen diese, um Größen schätzen zu können → gehen sachgerecht mit Messinstrumenten um
verwenden Größen und Einheiten sachgerecht	<ul style="list-style-type: none"> → kennen Grundeinheiten der Größenbereiche Geldwerte (€, ct) und Zeitspannen (Jahr, Monate) 	<ul style="list-style-type: none"> → kennen Grundeinheiten der Größenbereiche Geldwerte, Längen (cm, m) und Zeitspannen (Minute, Stunde, Tag, Woche, Monat, Jahr).
berechnen Größen	<ul style="list-style-type: none"> → rechnen in einfachen Fällen (z.B. mit ganzen Maßzahlen) mit den bekannten Größen 	<ul style="list-style-type: none"> → kennen den Zusammenhang zwischen unterschiedlichen Einheiten der Größenbereiche (z.B. 1 Jahr = 12 Monate, 1 € = 100 ct, 1 m = 100 cm).

In diesem Kompetenzbereich sind coronabedingte Lernrückstände aus der Grundschule möglich.

Zeitspannen bei Entfall verschoben nach 7/8 und mit den dortigen Kompetenzen verknüpft.

	Ende Schuljahrgang 6	zusätzlich Ende Schuljahrgang 8	zusätzlich Ende Schuljahrgang 9
Kernkompetenzen	Erwartungen	Erwartungen	Erwartungen
Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –
verwenden Größen und Einheiten sachgerecht	<ul style="list-style-type: none"> → vergleichen, ordnen und messen Repräsentanten aus den Größenbereichen (Geldwerte, Längen, Gewichte, Zeitspannen) → kennen Grundeinheiten der relevanten Größenbereiche und wählen zu Größen die Einheiten situationsgerecht aus 	<ul style="list-style-type: none"> → unterscheiden Längen, Flächeninhalte und Volumina → wählen Einheiten des Volumens situationsgerecht aus 	<ul style="list-style-type: none"> → ordnen zusammengesetzten Größen proportionale Zuordnungen zu (Geschwindigkeit, Dichte)
schätzen und messen	<ul style="list-style-type: none"> → geben zu jedem relevanten Größenbereich realistische Bezugsgrößen aus der Erfahrungswelt an (Stützpunktvorstellungen) und nutzen diese beim Schätzen → wählen Messinstrumente entsprechend der Fragestellung sinnvoll aus und gehen sachgerecht mit ihnen um → messen Längen und Gewichte → vergleichen Flächeninhalte 	<ul style="list-style-type: none"> → schätzen die Größe des zu erwartenden Ergebnisses ab und begründen ihren Schätzwert → schätzen Winkelgrößen (spitzer, stumpfer, rechter Winkel) und führen Winkelmessungen durch → ermitteln durch Messung den Flächeninhalt von Quadrat und Rechteck → ermitteln durch Messung das Volumen von Würfel und Quader 	<ul style="list-style-type: none"> → bestimmen näherungsweise den Flächeninhalt nicht gradlinig begrenzter Flächen → bestimmen näherungsweise den Rauminhalt von Säulen (Körperform muss erkannt werden und Maße müssen aus Vergleichswerten der Zeichnung entnommen werden – vgl. "Modellieren")
berechnen Größen	<ul style="list-style-type: none"> → kennen und verwenden verschiedene Schreib- und Sprechweisen der eingeführten Größen (z.B. $183\text{ cm} = 1\text{ m }83\text{ cm} = 1,83\text{ m}$) → rechnen alltagsnahe Größen – Längen, Gewichte, Geldwerte, Zeitspannen – in benachbarte Einheiten um 	<ul style="list-style-type: none"> → berechnen Flächeninhalt und Umfang von Quadrat, Rechteck, Dreieck und Parallelogramm → berechnen das Volumen von Würfel und Quader 	<ul style="list-style-type: none"> → berechnen Umfang und Flächeninhalt des Kreises → berechnen Umfang und Flächeninhalt zusammengesetzter Figuren → berechnen das Volumen von Säulen

nutzen Maßstäbe	→ vergrößern und verkleinern ebene Figuren im Gitternetz	→ entnehmen Originallängen aus maßstäblichen Karten und Zeichnungen	→ rechnen alltagsnah Längen maßstäblich um → erstellen einfache maßstäbliche Zeichnungen
-----------------	--	---	---

Anregungen für einen kompetenzorientierten Unterricht

Bei der Erarbeitung der einzelnen Größenbereiche ist die Entwicklung von Größenvorstellungen von zentraler Bedeutung. Beim Lösen von Sachproblemen (z.B. Problem- oder Modellierungsaufgaben) können realistische Größenvorstellungen helfen, Ergebnisse zu überschlagen und die Plausibilität des Ergebnisses zu überprüfen. Tragfähige Größenvorstellungen unterstützen auch das Berechnen von Größen, das Umrechnen in benachbarte Einheiten oder die Auswahl geeigneter Maßeinheiten.

Größenvorstellungen werden nicht über das Rechnen mit Größen, das reine Rechnen mit Maßzahlen, sondern in Anwendungs- und Sachsituationen erlangt. Dem Schätzen kommt dabei eine besondere Bedeutung zu. Schätzen meint das Ermitteln einer relativ groben Größenangabe für ein Objekt auf der Grundlage eines gedanklichen Vergleichs. Damit dies gelingt, müssen Vergleichsgrößen aus der Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler vorhanden sein, auf die sie zurückgreifen können. Es reicht daher nicht, wenn die Schülerinnen und Schüler standardisierte Maßeinheiten wie 1 m, 1 cm, 1 kg, 1 h, 1m², usw. kennen und damit rechnen können, sie müssen auch Gegenstände, die z.B. 1 m lang, 1 kg schwer sind, nennen können und sich unter bestimmten Maßangaben etwas Konkretes vorstellen können. Im Unterricht sollen daher durch Schätzen und Messen Stützpunktvorstellungen entwickelt werden, die dann dabei helfen, Ergebnisse auf ihre Plausibilität zu prüfen oder Ergebnisse zu überschlagen. Als Stützpunktvorstellungen sind zunächst die eigenen Körpermaße (die man auch mit den Maßen von Erwachsenen vergleichen sollte) von Bedeutung. Beispielhaft für den Größenbereich Längen seien genannt: Armspanne, Fußlänge, Fingerspanne, Schrittlänge, Daumenbreite, Länge des Beins. Aber auch andere Repräsentanten für Größen sollten erarbeitet werden, wie die Beispiele zeigen: 1 cm – Breite von 2 Rechenkästchen, 1 kg – Gewicht einer Tüte Mehl, 1 t – ein Auto, 1 m – Länge des Tafellineals oder Türbreite, 100 g – eine Tafel Schokolade, usw.

Für die Erarbeitung von Größenbereichen sind folgende allgemeine Ziele zu benennen: – Erwerb von Größenvorstellungen und Größenbegriffen – Fähigkeit des Umwandelns von Größen – Rechnen mit Größen – Anwendung in Sachsituationen.

Didaktisches Stufenmodell zur Behandlung von Größen:

- Erfahrungen in Sach- und Spielsituationen sammeln
- Direktes Vergleichen von Repräsentanten (Relationsbegriffe)
- Indirektes Vergleichen mit Hilfe selbst gewählter Maßeinheiten
- Indirektes Vergleichen mit Hilfe standardisierter Maßeinheiten und Messen mit verschiedenen Messgeräten

- Aufbau von Größenvorstellung der standardisierten Einheitsgrößen
- Umrechnen: Verfeinern und Vergrößern der Maßeinheiten
- Rechnen mit Größen

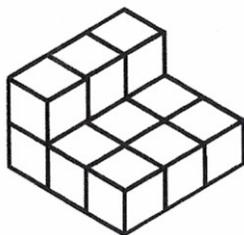
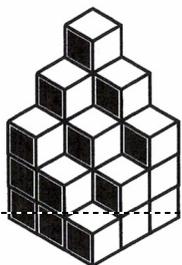
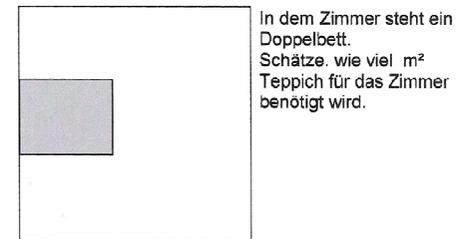
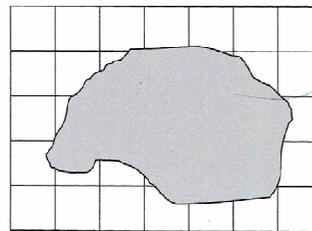
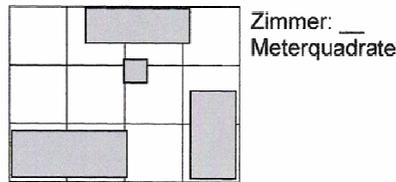
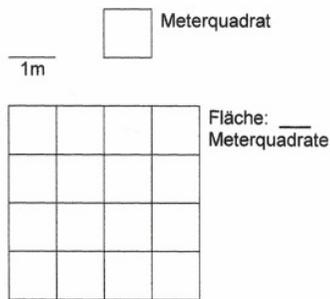
Bei den ersten Erfahrungen und direkten Vergleichen geht es darum, das Verständnis für die Eigenschaften der Größen zu entwickeln und Begriffe oder Relationen zu verdeutlichen wie z.B.: ist länger/kürzer als – ist gleich viel Wert wie – ist schwerer/leichter als – hat den gleichen Flächeninhalt wie – usw. Bei indirekten Vergleichen mit willkürlichen Einheiten soll die Notwendigkeit standardisierter Einheiten erkannt werden. Wichtig ist das Erkennen des Prinzips des Messens. Die gewählten Einheiten (z.B. Fußlängen, Einheitsquadrate, ...) müssen lückenlos anschließen und die Anzahl der Einheiten (Maßzahl), die benötigt wird, ist entscheidend für Vergleiche (Voraussetzung zum Vergleich ist, dass die Einheiten gleich sind).

Die Erarbeitung der Größenbereiche Flächen- und Rauminhalt ist eng verzahnt mit den Themen ebene Figuren und Körper aus dem Kompetenzbereich Raum und Form verzahnt.

Beispielaufgaben

60

Beispiele: Der Flächeninhalt wird durch Auslegen/Einzeichnen mit Einheitsquadraten oder durch Schätzen bestimmt.



Würfelgebäude: Verbindung zu Raum und Form

Volumen:

- Aus wie vielen Holzwürfeln/Kubikzentimeterwürfeln besteht das Gebäude?
- Ergänze zum Würfel/Quader. Wie viele Würfel werden noch benötigt?

Weitere Aufgaben:

1 cm³ Würfel aus Holz wiegt 0,7 g. Wie schwer sind die Gebäude?

Was passt zusammen?

Brötchen	2g
Lesebuch	1 t
Schulkind	26 kg
5-Cent-Stück	150 g
Auto	12g

Wähle die richtige Einheit.

Ein Brötchen kostet 60 ____.

Die Tür ist 2 ____ hoch.

Der Hamster wiegt 30 ____.

Der Fußballplatz ist 100 ____ lang.

Das Heft kostet 30 ____.

Die Packung Nudeln wiegt 500 ____.

Der Schulweg dauert 15 ____.

Ergänze die Werte in der Tabelle.

Bei welchen Figuren handelt es sich um ein Quadrat?

	Seite a	Seite b	Umfang u	Flächeninhalt A
1.	6 cm		40 cm	
2.	4 cm			24 cm ²
3.	5 cm	6 cm		
4.	6 cm		24 cm	

Hinweis: Verknüpfung zu Raum und Form, da bei der Berechnung der Größen auch die Eigenschaften der Figuren von Bedeutung sind.

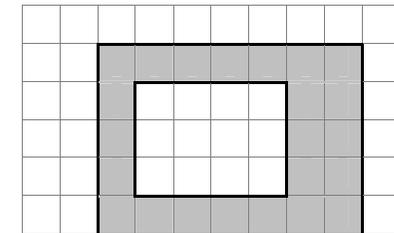
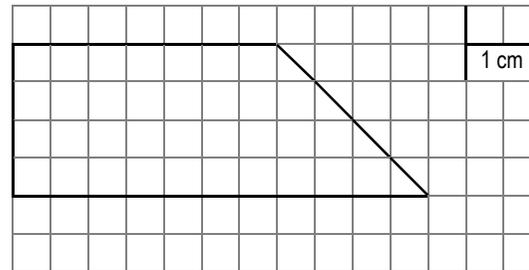
a) Berechne den Flächeninhalt der gegebenen

Figur. Miss die erforderlichen Werte.

b) Bestimme den Flächeninhalt der grauen Figur.

Hinweis: Durch Zerlegung in bekannte Teilfiguren und Addieren und Subtrahieren können Flächeninhalte berechnet werden.

Auf diese Weise kann auch ein Trapez ohne Kenntnis der Trapezformel berechnet werden.



Konstruiere das Dreieck:

$c = 7 \text{ cm}$

$\alpha = 40^\circ$

$\gamma = 90^\circ$

Hinweis: Keine Grundkonstruktion wie WSW, SSS oder SWS.² Der für die Konstruktion notwendige fehlende Winkel muss erst errechnet werden.

Das Schätzen, Messen und Zeichnen von Winkeln, die Bezeichnung von Winkelarten, das Errechnen fehlender Winkel im Dreieck über die Winkelsumme und die Konstruktion ebener Figuren stellt wieder einen Zusammenhang zwischen Raum und Form und Größen und Messen dar.

Inhaltsbezogener Kompetenzbereich

Raum und Form**Hinweise zu Raum und Form**

Raumvorstellungen sind grundlegend für die Erschließung der Umwelt.

Im handelnden Umgang mit konkreten Gegenständen erkennen und beschreiben die Schülerinnen und Schüler geometrische Strukturen in ihrer Umwelt. Räumliches Vorstellungsvermögen setzt aber nicht nur konkrete Erfahrungen voraus, sondern auch die Fähigkeit, sich Objekte, deren Lage oder Veränderungen in Gedanken vorzustellen (Kopfgeometrie). An problemhaltigen Aufgabenstellungen trainieren Schülerinnen und Schüler, über räumliche Sachverhalte zu kommunizieren und ihre Argumentation beispielsweise durch Zeichnungen oder Modelle zu unterstützen.

In vielen Berufsfeldern werden räumliches Vorstellungsvermögen, Abstraktionsfähigkeit, der Umgang mit Konstruktionszeichnungen und das Erkennen von Mustern und Strukturen erwartet. Dieser Kompetenzbereich bietet vielfältige Möglichkeiten des Erwerbs von Fähigkeiten und Fertigkeiten auf handelnder, bildhafter, sprachlicher und symbolischer Ebene. Der Kompetenzbereich „Raum und Form“ ist eng mit den Kompetenzbereichen „Größen und Messen“, „Modellieren“ und „Problemlösen“ verknüpft.

² s. Kongruenz von Dreiecken (W = Winkel, S = Seite)

Kernkompetenzen Schülerinnen und Schüler –	Ende Schuljahrgang 2	zusätzlich Ende Schuljahrgang 4
	Erwartungen Schülerinnen und Schüler –	Erwartungen Schülerinnen und Schüler –
orientieren sich im Raum	<ul style="list-style-type: none"> → verfügen über grundlegende visuelle Wahrnehmungsleistungen (wie visumotorische Koordination, Figur-Grund-Wahrnehmung und Wahrnehmungskonstanz). → orientieren sich im Raum und beschreiben dies mit Begriffen wie links, rechts, vor mir, hinter mir, neben mir → beschreiben Lagebeziehungen in der Ebene und im Raum mit eigenen Worten, z.B. über, unter, neben. 	<ul style="list-style-type: none"> → orientieren sich nach Plänen und Lageskizzen → lösen Aufgaben und Probleme mit räumlichen Bezügen konkret und in der Vorstellung
	<ul style="list-style-type: none"> → erkennen Unterschiede und Gemeinsamkeiten → spüren Wege nach 	<ul style="list-style-type: none"> → bauen oder falten nach mündlichen oder zeichnerischen Vorgaben
stellen ebene und räumliche Figuren dar und operieren in der Vorstellung mit ihnen	<ul style="list-style-type: none"> → sortieren die geometrischen Körper Würfel, Quader, Kugel nach Eigenschaften (z.B. rollt, kippt) und erkennen sie in der Umwelt wieder. → fertigen Freihandzeichnungen von ebenen Figuren an (Dreieck, Viereck, Kreis). 	<ul style="list-style-type: none"> → zeichnen einfache ebene Figuren mit Lineal im Gitternetz
untersuchen geometrische Muster und Symmetrien	<ul style="list-style-type: none"> → zeichnen einfache Muster weiter 	<ul style="list-style-type: none"> → setzen symmetrische Muster fort → entdecken und beschreiben Eigenschaften der Achsensymmetrie → zeichnen Symmetrieachsen in geometrische Figuren ein und ergänzen einfache Figuren spiegelbildlich

In diesem Kompetenzbereich sind coronabedingte Lernrückstände aus der Grundschule möglich.

Kernkompetenzen Schülerinnen und Schüler –	Ende Schuljahrgang 6	zusätzlich Ende Schuljahrgang 8	zusätzlich Ende Schuljahrgang 9
	Erwartungen Schülerinnen und Schüler –	Erwartungen Schülerinnen und Schüler –	Erwartungen Schülerinnen und Schüler –
identifizieren und strukturieren ebene und räumliche Figuren aus der Umwelt	→ beschreiben Lagebeziehungen von Geraden (senkrecht, parallel)	→ unterscheiden und benennen verschiedene Winkeltypen	
	→ erkennen und benennen Eigenschaften von Rechteck und Quadrat	→ erkennen und benennen die Eigenschaften der Dreiecks- und Viereckstypen und ordnen sie nach ihren Eigenschaften	→ erkennen und benennen Eigenschaften ebener Figuren (Dreiecks- und Viereckstypen, Kreis)
	→ erkennen und benennen Eigenschaften von Würfel und Quader	→ erkennen und benennen Eigenschaften des Zylinders und von Prismen	→ erkennen und benennen Eigenschaften geometrischer Grundkörper (Pyramide, Kegel, Kugel)
		→ zerlegen bzw. ergänzen zusammengesetzte ebene Figuren (geometrische Grundformen)	→ zerlegen bzw. ergänzen zusammengesetzte Körper (Grundkörper)
stellen ebene und räumliche Figuren dar und operieren in der Vorstellung mit ihnen	→ zeichnen einfache Rechtecke	→ konstruieren einfache geometrische Figuren mit dem Geodreieck	→ konstruieren geometrische Figuren mit Zirkel und Geodreieck
	→ erkennen und erstellen Modelle, Ansichten, Skizzen und Netze von Würfel und Quader	→ zeichnen Schrägbilder von Würfel und Quader	→ erkennen und erstellen Modelle, Ansichten, Skizzen und Schrägbilder von Körpern (Zylinder, Prismen, Pyramiden)

Zeichnen von Schrägbildern bei Entfall verschoben nach 9 und mit den dortigen Kompetenzen verknüpft.

untersuchen Symmetrien und konstruieren symmetrische Figuren	→ beschreiben Eigenschaften der Achsensymmetrie	→ erkennen und benennen Symmetrien ebener Figuren und Muster (Bandornamente, Parkettierung)
	→ untersuchen Figuren auf Achsensymmetrie, bestimmen die Anzahl ihrer Symmetrieachsen und stellen achsensymmetrische Figuren her	
	→ konstruieren achsensymmetrische Figuren und setzen Muster fort	→ bilden Figuren durch Kongruenzabbildungen ab (Achsen-, Punktspiegelung, Verschiebung)
	→ vergrößern und verkleinern Figuren im Gitternetz	→ erkennen Ähnlichkeiten/vergrößern und verkleinern Figuren maßstäblich

Anregungen für einen kompetenzorientierten Unterricht

Da ein wesentlicher Aspekt der Umwelt ihre geometrische Struktur ist, leistet der Geometrieunterricht einen wichtigen Beitrag zur Umwelterschließung. Die intellektuelle Entwicklung ist eng mit dem räumlichen Denken verbunden, der Raumvorstellung und der Fähigkeit, visuelle Informationen aufzunehmen und zu analysieren. Des Weiteren finden sich in allen Bereichen mathematischen Denkens geometrische Komponenten. Räumliche Zahldarstellungen, Diagramme und Bilder bilden zentrale Verständnisgrundlagen bei der Entwicklung und Erweiterung des Zahlbegriffs und der Erarbeitung von Zahloperationen. Der Geometrieunterricht eignet sich darüber hinaus in besonderer Weise zur Förderung prozessbezogener Kompetenzen (Argumentieren, Problemlösen). Zu den grundlegenden Aufgaben des Geometrieunterrichts in der Primarstufe gehört die Entwicklung der Raumvorstellung. Sie hilft den Schülerinnen und Schülern, sich in ihrer von Formen, Figuren und Körpern mitbestimmten Umwelt mit Hilfe von Raumvorstellungen zurechtzufinden.

Als Raumvorstellung lassen sich drei voneinander abhängige Teilfähigkeiten beschreiben:

- Räumliches Orientieren als Fähigkeit, sich wirklich oder gedanklich im Raum orientieren zu können,
- Räumliches Vorstellen als Fähigkeit, Objekte in der Vorstellung reproduzieren zu können,
- Räumliches Denken als Fähigkeit, mit Vorstellungsinhalten gedanklich zu operieren.

Die Förderung der Raumvorstellung durch Ordnen, Umordnen, Anordnen, Zerlegen, Zusammensetzen, Konstruieren, Analysieren geometrischer Gebilde basiert auf handelnder Ebene und wird durch bildhafte Vorstellung und sprachliche Durchdringung vertieft. Materialien wie Formenplättchen zum Auslegen, Würfel zum Bauen und das Geobrett als universell einsetzbares Arbeitsmittel sollten in ausreichender Anzahl zur Verfügung stehen. Besondere Bedeutung kommt der Kopfgeometrie zu. Die Fähigkeit, konkret vollzogene Handlungen in gedankliches Operieren zu übersetzen, ist grundlegendes Förderziel für alle Schülerinnen und Schüler.

Ein erster Schwerpunkt des geometrischen Anfangsunterrichts ist die Förderung der räumlichen Wahrnehmung und des räumlichen Vorstellungsvermögens. Übungen zum Erkennen der Lage im Raum (rechts, links, vorn, hinten oben, unten), zur visuellen Wahrnehmungsförderung (Figur-Grundunterscheidung, Formkonstanz) und zur visumotorischen Koordination (Ausmalen, Nachspuren) tragen den unterschiedlichen Lernausgangslagen der Schülerinnen und Schüler Rechnung.

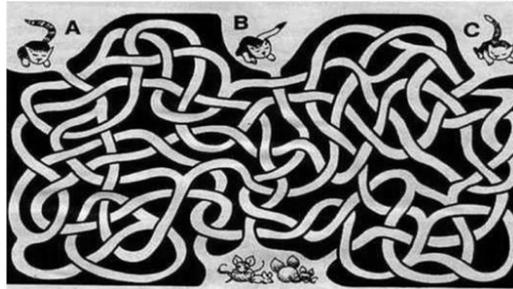
Weitere Inhaltsbereiche sind die ebene und räumliche Geometrie sowie geometrische Muster und die Achsensymmetrie. Das Untersuchen, Beschreiben und Unterscheiden geometrischer Körper und Flächen knüpft an Umwelterfahrungen der Schülerinnen und Schüler an und dient dem begrifflichen Aufbau einer klaren Flächen- bzw. Körpervorstellung. Der spielerisch handelnde Umgang mit dem Spiegel ermöglicht die Entdeckung symmetrischer Eigenschaften und schult das Verständnis für Regelmäßigkeiten, Symmetrien und Muster. Elementare Grundtechniken wie Falten, Schneiden und Zeichnen sind hier zu integrieren.

Im Sekundarstufenbereich des Förderschwerpunkts Lernen klassifizieren die Schülerinnen und Schüler ebene Figuren oder Körper nach Eigenschaften (z.B. Anzahl der Seiten und Ecken, Anzahl der Flächen, Parallelität der Seiten/Flächen, Winkel, Winkelarten, Winkelsumme). Die methodische Erarbeitung erfolgt auch hier handelnd-konstruktiv. Beim Auslegen ebener Figuren, dem Füllen von Körpern, dem Konstruieren mit Geodreieck und Zirkel und dem Erstellen verschiedener Körpermodelle werden Begriffe wie Fläche, Umfang, Flächeninhalt, Oberfläche, Kante (Seite), Ecke, Winkel (Winkelarten, Winkelsumme), und Rauminhalt herausgearbeitet.

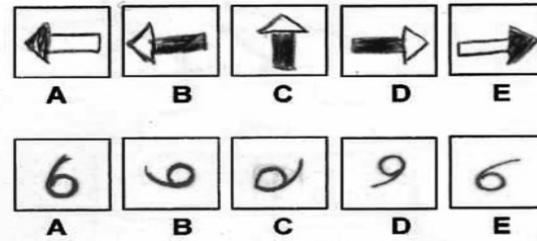
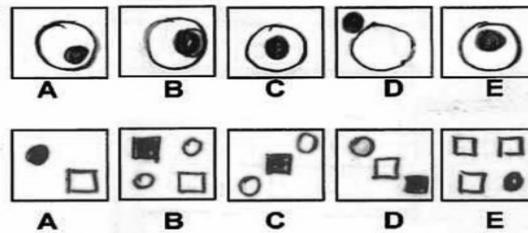
Auch wenn sich viele Überschneidungen ergeben, ist die Berechnung von Flächen- und Rauminhalten dem Kompetenzbereich „Größen und Messen“ zugeordnet. Grundlegende Vorstellungen zum Verständnis der Formeln für die Berechnung des Flächen- und Rauminhalts erwerben die Schülerinnen und Schüler z.B. durch das Auslegen und Vergleichen von Flächen mit Einheitsquadraten oder das Füllen von Körpern mit Einheitswürfeln. Formeln zur Berechnung der Größen können dann aus diesen Handlungen abgeleitet werden (vgl. Anregungen „Größen und Messen“).

Beispielaufgaben

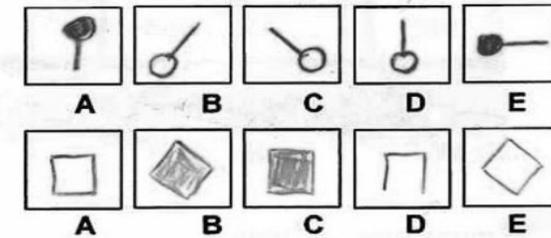
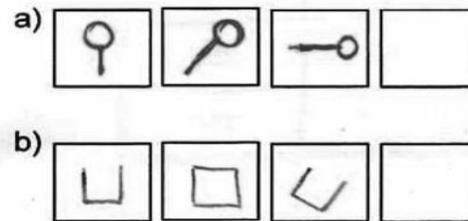
Zeichne die Wege ein.



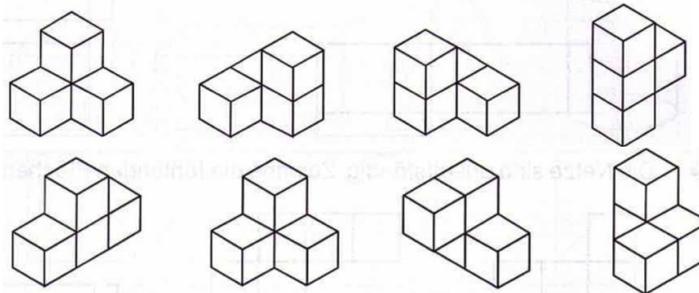
Eine Figur passt nicht in die Reihe. Kreuze an.



Welche Figur passt in das freie Feld. Kreuze an.



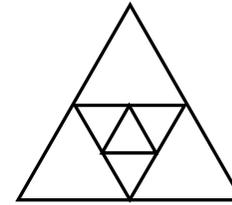
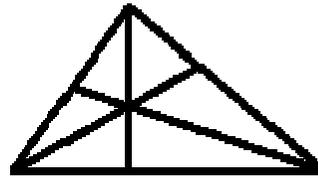
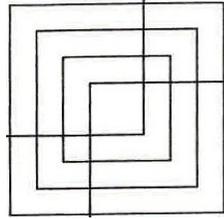
Immer zwei Figuren sind gleich. Färbe sie in der gleichen Farbe.



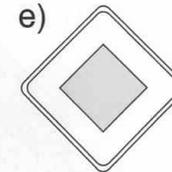
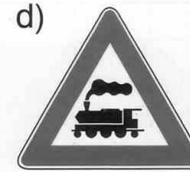
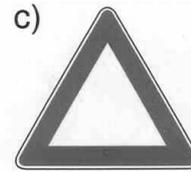
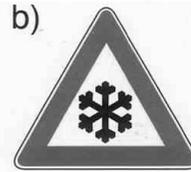
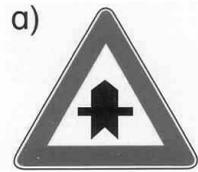
Wie viele Quadra-

a) b) c)

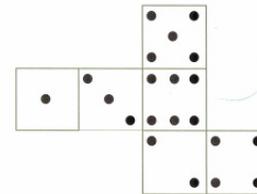
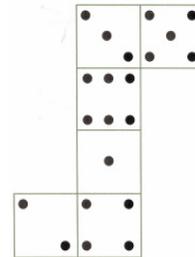
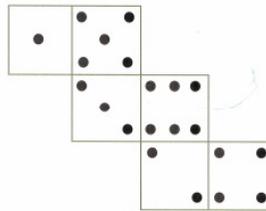
te/Dreiecke hat die Figur?



Wie viele Spiegelachsen haben die Verkehrszeichen?

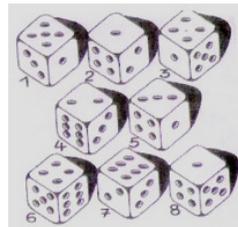


Welches Netz gehört zum Würfel?
Begründe.

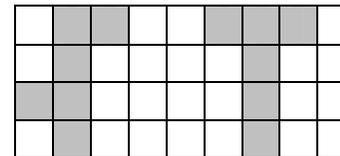


Bei gegenüberliegenden Flächen ergibt sich immer die Augensumme 7.

Finde die beiden falschen Würfel.



Zeichne die Würfelpunkte in die Würfelnetze ein.



**Kippe den Würfel.
Welche Zahl liegt oben?**



nach vorne



nach rechts



nach hinten



nach hinten
und dann nach rechts



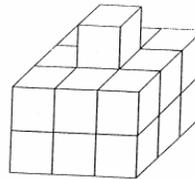
nach links
und dann nach vorne

Würfelgebäude

Zeichne Pläne zu den Gebäuden.

Baue Gebäude zu den Plänen.

z.B.:



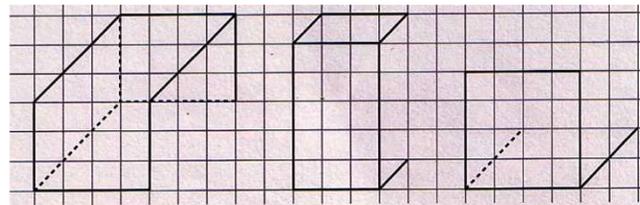
2	2	2
2	3	2
2	2	2

Ordne Gebäude und Plan richtig zu.

Kreuze richtige Aussagen an.

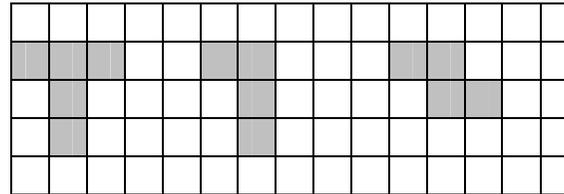
Ein Rechteck ist ein Quadrat, wenn es 4 gleichlange Seiten hat	<input type="checkbox"/>
Der Zylinder hat keine Kanten.	<input type="checkbox"/>
Der Würfel hat 8 Kanten und 12 Ecken.	<input type="checkbox"/>
Beim Parallelogramm sind gegenüberliegende Winkel gleich groß.	<input type="checkbox"/>
Beim Quader sind gegenüberliegende Flächen gleich groß.	<input type="checkbox"/>

Zeichne die fehlenden Kanten ein.



Ergänze zum Würfelnetz.

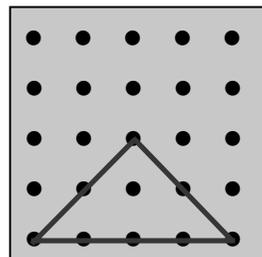
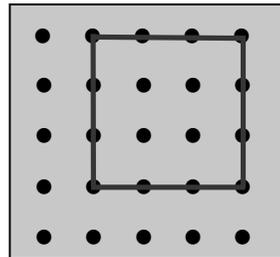
Kennzeichne gegenüberliegende Flächen gleich.



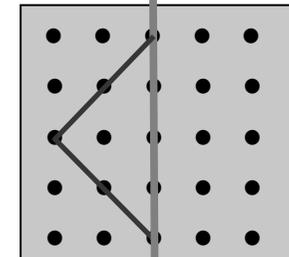
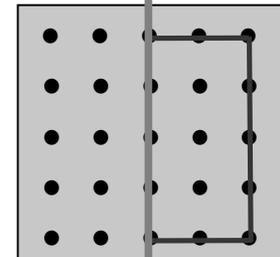
Geobrett

Hinweis: Verknüpfung mit „Größen und Messen“. Beim Arbeiten mit dem Geobrett sollten gespannte Figuren auf eine Vorlage übertragen/gezeichnet werden und umgekehrt.

a) Spanne zu jeder Figur ein Rechteck mit dem gleichen Flächeninhalt



b) Ergänze spiegelbildlich. Welche Figur hat den größeren Flächeninhalt



Inhaltsbezogener Kompetenzbereich

Muster und Strukturen/Funktionaler Zusammenhang

Hinweise zu Muster und Strukturen/Funktionaler Zusammenhang

Mathematik wird häufig als „Wissenschaft von den Mustern“ beschrieben. Damit Schülerinnen und Schüler Kompetenzen in diesem Bereich aufbauen können, ist es notwendig, dass sie Gelegenheit bekommen, Muster und Strukturen aktiv zu erforschen, fortzusetzen, umzugestalten und selbst zu erzeugen. Im Unterricht werden nicht nur Gesetze, Beziehungen und Strukturen aus der Welt der Zahlen aufgedeckt, sondern auch aus dem Bereich der Formen und Größen.

Funktionen sind ein zentrales Mittel zur Beschreibung quantitativer Zusammenhänge. Mit ihnen lassen sich Phänomene der Veränderung von Größen und ihre Abhängigkeit erfassen und analysieren. Funktionen dienen als Modelle für eine Vielzahl von Realsituationen (siehe „Modellieren“). Sie sind auch im Hinblick auf ihre Angemessenheit und die Grenzen ihrer Aussagefähigkeit zu diskutieren (z.B. Proportionalität und Rabatt bei großen Mengen).

Es gibt sehr vielfältige Verbindungen zu anderen Kompetenzbereichen (Darstellen, Zahlen und Operationen, Raum und Form, Modellieren und Problemlösen). Aufgabenstellungen und ganze Unterrichtseinheiten, in denen die Bearbeitung von Aufgaben im Detail vorgeschrieben ist, müssen gegenüber offeneren Aufgabenstellungen zurücktreten, um den Schülerinnen und Schülern bei der Entdeckung, Beschreibung und Begründung von Mustern und der Erklärung von Lösungswegen mithilfe von Mustern Freiheiten einzuräumen. Für die Lösung von Sachaufgaben ist es wichtig, dass den Schülerinnen und Schülern möglichst viele inhaltsbezogene Muster zur Verfügung stehen, die sie bezogen auf die jeweilige Situation anwenden können.

	Ende Schuljahrgang 2	zusätzlich Ende Schuljahrgang 4
Kernkompetenzen	Erwartungen	Erwartungen
Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –
beschreiben Muster, Beziehungen und Funktionen	→ beschreiben Gesetzmäßigkeiten geometrischer und arithmetischer Muster (z.B. von einfachen Zahlenfolgen und strukturierten Aufgabenreihen) und treffen Vorhersagen zur Fortsetzung	→ erkennen Gesetzmäßigkeiten geometrischer und arithmetischer Muster (z.B. von Zahlenfolgen, figurierten Zahlen und strukturierten Aufgabenreihen)
erkennen Muster und setzen Muster fort	→ führen einfache geometrische und arithmetische Muster (Zählen in Schritten) fort	→ bilden selbst geometrische und arithmetische Muster

	→ veranschaulichen Zahlen und Rechenoperationen durch strukturierte Darstellungen (z.B. durch Punktefeld, 10-er-Streifen, 20-er-Feld)	→ veranschaulichen Zahlen und Rechenoperationen im erweiterten Zahlenraum durch strukturierte Darstellungen (z.B. durch eine Hundertertafel)
erkennen einfache mathematische Beziehungen	→ beschreiben einfache, alltagsnahe funktionale Beziehungen in Sachsituationen (z.B. Menge - Preis/halbieren - verdoppeln)	→ lösen einfache Sachaufgaben zu proportionalen Zuordnungen (Einheit - Mehrheit/Zweisatz)
		→ stellen funktionale Beziehungen in Tabellen dar

	Ende Schuljahrgang 6	zusätzlich Ende Schuljahrgang 8	zusätzlich Ende Schuljahrgang 9
Kernkompetenzen	Erwartungen	Erwartungen	Erwartungen
Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –
beschreiben Muster, Beziehungen und Funktionen	→ erkennen und beschreiben Regelmäßigkeiten in Zahlenfolgen und geometrischen Mustern und setzen diese fort	→ unterscheiden und beschreiben nichtproportionale und proportionale Zusammenhänge	→ unterscheiden und beschreiben nichtproportionale, proportionale, antiproportionale und lineare Zusammenhänge .

nutzen mathematische Modelle zur Lösung von inner- und außermathematischen Problemen	→ erfassen Zusammenhänge zwischen zwei Größen als proportional		→ erfassen Zusammenhänge zwischen zwei Größen als antiproportional
	→ bestimmen rechnerisch und grafisch Größen in proportionalen Zusammenhängen (Zweisatz)	→ bestimmen rechnerisch und grafisch Größen in proportionalen Zusammenhängen (Dreisatz)	→ bestimmen rechnerisch Größen in antiproportionalen Zusammenhängen (Dreisatz)
analysieren und formalisieren inner- und außermathematische Situationen unter funktionalem Aspekt		→ erkennen und verwenden Variablen als Platzhalter für bestimmte Zahlen und Zahlenmengen	
	→ stellen Beziehungen zwischen Zahlen und Größen in Tabellen und Diagrammen dar	→ stellen Zuordnungen in Tabellen und im Koordinatensystem dar	→ stellen lineare Zusammenhänge in Tabellen und im Koordinatensystem dar
	→ lesen Informationen zu einfachen mathematischen und alltäglichen Zusammenhängen aus Tabellen und Diagrammen	→ ordnen vorgegebenen Grafen Sachsituationen zu	→ geben zu vorgegebenen Grafen Sachsituationen an

Anregungen für einen kompetenzorientierten Unterricht

Schon im Anfangsunterricht sind „innermathematische“ Forschungen und Entdeckungen interessant und herausfordernd. Schülerinnen und Schüler, die gelernt haben, Muster und Strukturen zu nutzen, können mathematische Anforderungen besser bewältigen und flexibler reagieren.



Vielfältige Übungsmöglichkeiten ergeben sich beim Legen und Fortsetzen von Musterfolgen mit Plättchen und Streichhölzern. Figurierte Zahlen (siehe Abb.) eröffnen einen Zugang zu „sichtbaren“ Mustern. Sie sind mit Materialien (Plättchen, Steckwürfel, usw.) einfach nachzulegen und so in ihrer Struktur zu erfassen. Es können aber auch eigene Muster kreativ entstehen.

Muster und Strukturen finden sich in arithmetischen Ordnungen und Zahlenfolgen. Hierzu gehören die Zahlzählfolgen vorwärts (1, 2, 3....) und rückwärts (10, 9, 8,...) und modifizierte Folgen (z.B. der ungeraden/geraden Zahlen).

Weitere Beispiele für Zahlenfolgen:

- arithmetische Folgen (der Zuwachs ist additiv) 3, 6, 9, 12, ... 7, 13, 11, 17, 15, 21, ...
- geometrische Folgen (der Zuwachs ist multiplikativ) 4, 8, 16, 32, ... 48, 24, 12, ...
- kombinierte Folgen (zwei oder mehr Folgen nach unterschiedlichen Gesetzen werden kombiniert) 5, 13, 10, 15, 15, 17, 20, ...

Unter dem Aspekt Muster und Strukturen kann auch der Forderung nach sinnvollen Rechenpäckchen nachgekommen werden. Wenn es neben der Übung der Rechenfertigkeit darum geht, etwas zu entdecken, intendiert dies einen neuen Sinn. Bei solchen Päckchen können die Zahlbeziehungen von den Schülerinnen und Schülern an den Aufgaben bzw. den Ergebnissen erkannt werden.

Beispiel A	Beispiel B
1 + 2 =	12 • 2 =
2 + 3 =	12 • 4 =
3 + 4 =	12 • 6 =
usw.	usw.

Auch der Einbau von Fehlern in Muster kann zur Auseinandersetzung mit solchen Aufgaben anregen (vgl. „Kommunizieren“ und „Argumentieren“).

Um funktionale Zusammenhänge zu erkennen, müssen die Sachsituationen modelliert werden. Dazu ist es wichtig, die relevanten Informationen solcher Sachaufgaben zu erkennen. Als Hilfen bieten sich u.a. Tabelle, Skizze, Baumdiagramm und einfache Gleichung an (vgl. „Modellieren“).

Zum besseren Verständnis von Zuordnungen müssen Schülerinnen und Schüler mit folgenden Darstellungsmöglichkeiten vertraut sein: Tabellen, Texten, Säulendiagrammen, Grafen (vgl. „Darstellen“) sowie mit dem Koordinatenkreuz (Rechtsachse, Hochachse, ...)

Für den Förderschwerpunkt Lernen wird vorgeschlagen, die Lösung von Zweisatzaufgaben spätestens im Doppeljahrgang 5/6 und Dreisatzaufgaben im Doppeljahrgang 7/8 zu erarbeiten.

Die Berechnungen von Prozentwerten und Prozentsätzen und ihre Darstellungen sollten am Ende der Klasse 9 gesichert sein.

Beispielaufgaben

Setze das Muster fort. 2, 2, 4, __, 8, 8, __, 16, __, __, __, __, __.

$3 \bullet 5 = 12$

$3 + 5 = 7$

$5 + 5 + 5 = 15$

trinken sie in der Woche?

Ein neuer Roller kostet 1680 €. Bei Barzahlung bietet der Händler 2 % Skonto. Man kann aber auch in 12 Monatsraten zu je 154 € bezahlen.

Für welches Angebot sollte man sich entscheiden? Begründe.

Ein Schulchor mit 20 Mitgliedern singt ein Musikstück mit einer Länge von 4 Minuten.

Welche Zeit braucht ein Schulchor mit 40 Mitgliedern für dieses Musikstück?



Ist es möglich, mit dem abgebildeten Taschenrechner, der nur die neun Tasten hat, alle Zahlen von 1 bis 30 als Ergebnisse auszurechnen?

Beispiel:

$4 - 3 = 1$

$4 + 4 - 3 - 3 = 2$

.....

Beispiele zu weiteren Zuordnungen (z.B. proportionale, Weg-Zeitdiagramme) siehe "Darstellen".

Auch Zuordnungen (z.B. mit Grundbetrag) können berechnet und dargestellt werden.

Familie Meier möchte sich einen Mietwagen leihen, um zum 80 km entfernten Flughafen zu fahren

Mögliche Aufgabenstellungen: – Erstelle zu den Angeboten eine Wertetabelle und zeichne die Grafen im Schaubild ein. – Erstelle zu einem Grafen aus dem Schaubild ein Angebot. – Lies weitere Werte im Schaubild ab. – Beantworte Fragen mit Hilfe der Angebote und des Schaubilds.

Angebot I:

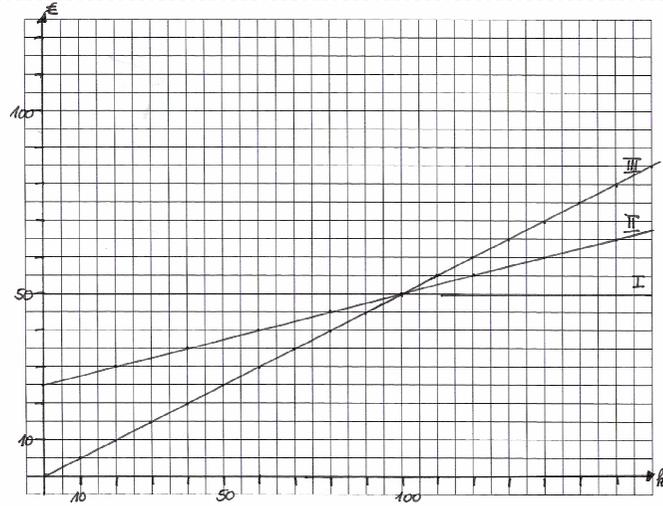
- 50 € am Tag

Angebot II:

- Grundpreis 25 €
- 0,25 € pro km

Angebot III:

- 50 Cent pro km



Wertetabelle: Angebot 2: (Beispiel)

km	€
20	$25 \text{ €} + 20 \cdot 0,25 = 30 \text{ €}$
40	$25 \text{ €} + 40 \cdot 0,25 = 35 \text{ €}$
...	...

Fragen:

- Welches Angebot könnte man Familie Meier empfehlen?
- Bei wie vielen km sind alle Angebote gleich?
- Für welches Angebot würdest du dich entscheiden, wenn du 50/80/100/140 km fahren möchtest? Begründe.

Hinweise zu Daten und Zufall

Im Alltag begegnen Schülerinnen und Schülern Informationen in Form von Tabellen, Diagrammen und anderen grafischen Darstellungen. Um diese Daten lesen und interpretieren zu können, müssen Schülerinnen und Schüler eigene Erfahrungen machen, die durch selbst durchgeführte Befragungen und Experimente aus ihrem Lebensbereich gewonnen werden.

In anderen Unterrichtsfächern, besonders in den naturwissenschaftlichen und sozialwissenschaftlichen, wird der kompetente Umgang mit Daten benötigt. Die Fähigkeit, Erhebungen durchzuführen, Berichte auszuarbeiten und zu präsentieren, ist ein wesentlicher Aufgabenbereich in vielen Berufsfeldern.

Die Vorstellungen der Schülerinnen und Schüler zu den Begriffen „Zufall“ und „wahrscheinlich“ sind zu diskutieren und zu präzisieren. Dabei geht es vor allem um das Sprechen über Wahrscheinlichkeit und nicht um das Rechnen. Vor der Durchführung von Zufallsexperimenten ist es sinnvoll, dass Schülerinnen und Schüler ihre Erwartungen über den Ausgang formulieren und später mit dem tatsächlichen Ausgang vergleichen. Im persönlichen Leben befähigt sie solches Wissen zu rationalen Bewertungen von Chancen und Risiken.

78

	Ende Schuljahrgang 2	zusätzlich Ende Schuljahrgang 4
Kernkompetenzen	Erwartungen	Erwartungen
Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –
formulieren Fragen, sammeln Daten und stellen sie angemessen dar		<ul style="list-style-type: none"> → stellen Fragen und sammeln Daten → stellen Daten übersichtlich dar (Strichlisten, Tabellen) → entnehmen einfachen Tabellen und einfachen Schaubildern Informationen
beschreiben Zufallsphänomene und beurteilen deren Eintrittswahrscheinlichkeit		<ul style="list-style-type: none"> → finden in Vorgängen der eigenen Erfahrungswelt zufällige Ereignisse und beschreiben deren Eintrittswahrscheinlichkeit mit den Begriffen: immer, vielleicht, oft, häufig, selten, sicher oder nie

In diesem Kompetenzbereich sind coronabedingte Lernrückstände aus der Grundschule möglich.

	Ende Schuljahrgang 6	zusätzlich Ende Schuljahrgang 8	zusätzlich Ende Schuljahrgang 9
Kernkompetenzen	Erwartungen	Erwartungen	Erwartungen

Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –	Schülerinnen und Schüler –
formulieren Fragen, sammeln Daten und stellen sie angemessen dar	<ul style="list-style-type: none"> → stellen Fragen, die mit Daten beantwortet werden können → sammeln Daten durch Beobachtungen, Experimente und Umfragen → stellen Daten in Tabellen, Balkendiagrammen und Säulendiagrammen dar 	<ul style="list-style-type: none"> → planen einfache statistische Erhebungen → entnehmen Medien (z.B. Sachtexten, Tabellen, Diagrammen) Daten und interpretieren sie → stellen Daten in verschiedenen Diagrammen dar 	<ul style="list-style-type: none"> → nutzen Software (Tabellenkalkulation) zur Darstellung von Daten
analysieren und interpretieren Daten	<ul style="list-style-type: none"> → vergleichen Erhebungsergebnisse anhand o.g. Grafiken → beantworten Fragen mit Hilfe der gesammelten Daten und ausgewerteten Daten 	<ul style="list-style-type: none"> → beschreiben die Datenverteilung (häufigster Wert, größter Wert, kleinster Wert) → ermitteln Durchschnittswerte 	<ul style="list-style-type: none"> → vergleichen verschiedene Darstellungen derselben Daten
beurteilen Zufallsphänomene mit den Prinzipien der Wahrscheinlichkeit	<ul style="list-style-type: none"> → führen Laplace-Zufallsexperimente durch und werten sie aus (Würfel, Münze) → beschreiben die Wahrscheinlichkeit von Ereignissen qualitativ („wahrscheinlich“, „unwahrscheinlich“, „sicher“, „genauso wahrscheinlich wie“, „unmöglich“) 	<ul style="list-style-type: none"> → führen Nicht-Laplace-Zufallsexperimente durch und werten sie aus (Streichholzschachtel, Reißzwecke) → beschreiben die Wahrscheinlichkeit von Ereignissen bei einfachen Zufallsgeräten (Münze, Würfel) durch Brüche 	

Alle markierten Kompetenzen aus diesem Bereich werden bei Entfall nach 7/8 verschoben und mit den dortigen Kompetenzen verknüpft.

Für einen Einstieg in die Inhalte dieses Bereichs ist es sinnvoll, den Begriff des Zufalls von der Sammlung und Auswertung von Daten zu lösen.

Daten können auch beim Förderschwerpunkt Lernen bereits frühzeitig gesammelt werden. Es geht weniger um das klassische Rechnen oder die Zeichendarstellung von Zahlen als vielmehr um das Erfassen von so genannten flüchtigen Daten. So können Zählprozesse durch das Anlegen von Strichlisten begleitet werden, eine anschließende Sortierung ist als erste Strukturierung von Daten zu verstehen. Für die Sammlung von Daten muss überlegt werden, was zu zählen ist (Eindeutigkeit der Fragestellung), wie man die Ergebnisse effektiv notieren kann (Tabelle, Strichliste) und wie eine spätere Auswertung erfolgen kann (Diagramme). Aus einer Vielzahl von gesammelten Daten ergeben sich nachfolgende Fragen, die Abschätzungen über die gesammelte Datenmenge hinaus ermöglichen. Die Schülerinnen und Schüler sollen damit zu der Erkenntnis kommen, dass zufällige Ereignisse mit mathematischen Mitteln modelliert werden können, dass der Zufall also kalkulierbar ist.

Zwei Dinge sind in diesem Bereich als komplementär zu verstehen: Das eigentätige Sammeln und Darstellen von Daten sowie das Lesen und Verstehen von Darstellungen fremder Datensammlungen. Zum besseren Verständnis sollten zunächst eigene Daten gesammelt werden. Gelegenheiten zum Sammeln von Daten ergeben sich aus dem Umfeld der Schüler. So lassen sich Daten zur Familie, zur Klasse u.a.m. bereits von Schulanfängern erheben. Einfache Darstellungen erleichtern das Verständnis der gesammelten Daten.

Diese frühen Erfahrungen sind notwendig, um in höheren Jahrgängen komplexe Darstellungen lesen und interpretieren zu können.

Einfache Zufallsexperimente wie das Werfen von Münzen, Würfeln oder Reißzwecken sind bereits frühzeitig möglich. Die Notation der Ereignisse ist wiederum eine Erfassung eigener Daten und kann entsprechend ausgewertet werden. Gleichzeitig werden jedoch Einsichten in die Verteilung von bestimmten Ereignissen und in eine gewisse Vorhersagbarkeit zukünftiger Ereignisse gewonnen.

80

Beispielaufgaben

Daten erheben und vergleichen – Vorteile verschiedener Darstellungen erkennen

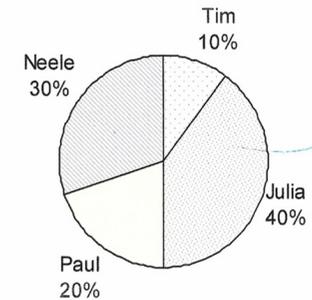
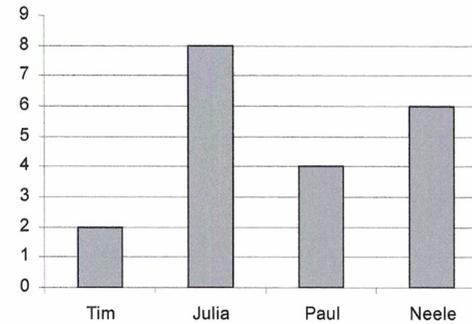
Die Übertragung in eine Tabelle ermöglicht einen schnellen Überblick über die Ergebnisse.

Ein Säulendiagramm visualisiert die Ergebnisse - Unterschiede werden deutlicher.

Ein Kreis oder Streifendiagramm zeigt neben der absoluten auch die relative Häufigkeit. (Diagrammformen vgl. "Darstellen")

Klassensprecherwahl:

Tim	//	2
Neele	////	6
Paul	////	4
Julia	////	8



Lesen von Daten

- Was sagen dir die Zahlen auf einem Einkaufsbon aus dem Supermarkt?
- Lies Daten aus einer Bundesligatabelle ab.

Wahrscheinlichkeit und Zufall

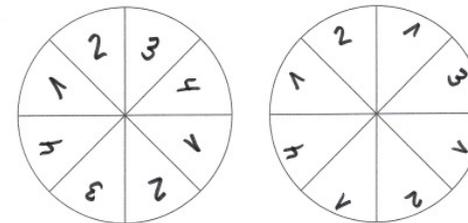
Einfache Zufallsexperimente:

- Wirf ein Münze 50 Mal und notiere jeweils das Ergebnis.
- Würfle mit einem Würfel 100 Mal und notiere die Zahlen.
- Wie oft fällt wohl die Zahl 6, wenn man 18 Mal würfelt?

Glücksräder

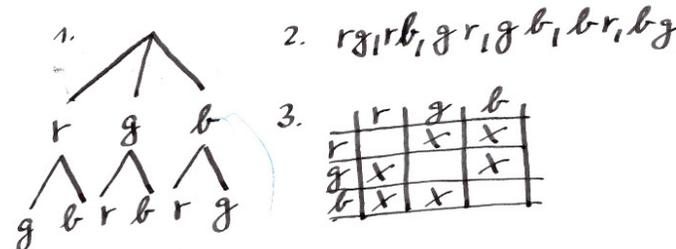
Färbe das Glücksrad mit 4 Farben.

- Alle Farben sollen die gleiche Chance haben zu gewinnen.
- Färbe das Glücksrad so, dass es bevorzugte Farben gibt.



Kombinatorik

In einem Behälter sind eine rote, eine gelbe und eine blaue Murmel.

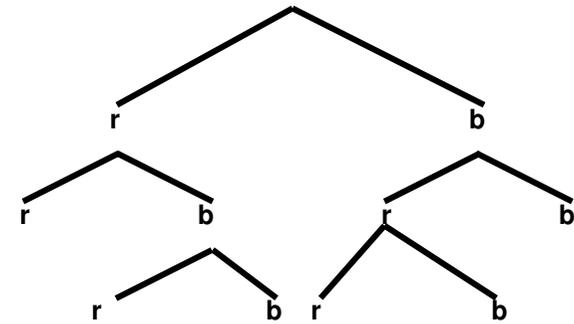


Nimm - ohne hinzusehen - zwei Murmeln heraus.
 Welche Farben könnten die zwei Murmeln haben.
 Stelle deinen Lösungsweg dar.

Ziehe aus einer Dose mit roten und blauen Kugeln nacheinander immer eine Kugel.
 Wie oft muss man höchstens ziehen, um zwei Kugeln einer Farbe zu erhalten?
 Welche Kugelkombinationen kannst du mit drei Mal Ziehen erhalten? Stelle dein Ergebnis in einer Zeichnung dar.

Notation: 1. r, r - 2. r, b, r - 3. r, b, b - 4. b, b - 5. b, r, b - 6. b, r, r
Baumdiagramm:

- 1.
- 2.
- 3.



4 Leistungsfeststellung und Leistungsbewertung

Leistungsfeststellungen und Leistungsbewertungen geben den Schülerinnen und Schülern Rückmeldungen über den erreichten Kompetenzstand. Den Lehrkräften geben sie Orientierung für die weitere Planung des Unterrichts sowie für notwendige Maßnahmen zur individuellen Förderung.

Leistungen im Unterricht werden in allen Kompetenzbereichen des Fachs festgestellt. Dabei ist zu bedenken, dass die in den Materialien formulierten erwarteten Kompetenzen die sozialen und personalen Kompetenzen, die über das Fachliche hinausgehen, nur in Ansätzen erfassen.

Grundsätzlich ist zwischen Lernsituationen und Leistungs- oder Überprüfungssituationen zu unterscheiden. In Lernsituationen ist das Ziel der Kompetenzerwerb. Fehler und Umwege dienen den Schülerinnen und Schülern als Erkenntnismittel, den Lehrkräften ermöglichen sie Einblicke in individuelle Denkprozesse und geben damit Hinweise für die weitere Förderplanung. Das Erkennen von Fehlern und der produktive Umgang mit ihnen sind konstruktiver Teil des Lernprozesses. Für den weiteren Lernfortschritt ist es wichtig, bereits erworbene Kompetenzen herauszustellen und Schülerinnen und Schüler zum Weiterlernen zu ermutigen. Bei Überprüfungssituationen steht die Anwendung des Gelernten im Vordergrund. Ziel ist es, die Verfügbarkeit der erwarteten Kompetenzen nachzuweisen.

Ein an Kompetenzerwerb orientierter Unterricht bietet den Schülerinnen und Schülern durch geeignete Aufgaben einerseits ausreichend Gelegenheiten, Problemlösungen zu erproben, andererseits fordert er den Kompetenznachweis in Überprüfungssituationen ein. Dies schließt die Förderung der Fähigkeit zur Selbsteinschätzung der Leistung ein.

Neben der kontinuierlichen Beobachtung der Schülerinnen und Schüler im Lernprozess und ihrer individuellen Lernfortschritte, die in der Dokumentation der individuellen Lernentwicklung erfasst werden, sind die Ergebnisse fachspezifischer Lernkontrollen zur Leistungsfeststellung heranzuziehen.

Zu fachspezifischen Leistungen zählen z.B.:

- Beiträge zum Unterrichtsgespräch
- Unterrichtsdokumentationen (z.B. Heft, Mappe)
- Anwenden fachspezifischer Methoden und Arbeitsweisen
- Präsentationen, auch unter Verwendung von Medien
- Ergebnisse von Partner- oder Gruppenarbeiten
- Freie Leistungsvergleiche (z.B. schulinterne Wettbewerbe)

Grundlage der Leistungsbewertung sind die Vorgaben des Erlasses „Sonderpädagogische Förderung“.

Die Grundsätze der Leistungsfeststellung und Leistungsbewertung müssen für die Schülerinnen und Schüler sowie für die Erziehungsberechtigten transparent sein und erläutert werden.

Leistungsmessung in Mathematik soll sowohl die inhaltsbezogenen als auch die prozessbezogenen Kompetenzbereiche berücksichtigen und bezieht sich auf mündliche, schriftliche sowie andere fachspezifische Leistungen.

Für die **Leistungsbewertung** sind folgende Leitideen grundlegend:

- Beobachtungen erfolgen prozessorientiert; ein wichtiges Ziel ist es zu erkennen, welche Rechen- oder Lösungswege Schülerinnen und Schüler wählen.
- Eine angemessene Beurteilung berücksichtigt Schlüssigkeit und Angemessenheit des Lösungswegs ebenso wie die Richtigkeit des Resultats.
- Individuelle Kompetenzen werden kontinuierlich festgestellt.
- Ermutigende Rückmeldungen unterstützen die Schülerinnen und Schüler in ihrer persönlichen Leistungsentwicklung. Sie werden mit Anregungen zum zielgerichteten Weiterlernen verbunden.
- Fehler im Lernprozess (Kompetenzerwerb) sind grundsätzlich positiv zu sehen und von Fehlern in Leistungssituationen (Kompetenzüberprüfung) zu unterscheiden.

Mögliche **Beurteilungskriterien** sind:

- Verständnis von mathematischen Begriffen und Operationen,
- Schnelligkeit im Abrufen von Kenntnissen,
- Sicherheit im Ausführen von Fertigkeiten,
- Einbringen kreativer Ideen,
- Schlüssigkeit der Lösungswege und Überlegungen,
- Flexibilität des Vorgehens und Problemangemessenheit,
- Richtigkeit von Ergebnissen bzw. Teilergebnissen,
- mündliche und schriftliche Darstellungsfähigkeit,
- zielgerichtete und kontinuierliche Auseinandersetzung mit mathematischen Fragestellungen,
- Fähigkeit zur Kooperation bei der Lösung mathematischer Aufgaben,
- Fähigkeit zur Nutzung und Übertragung vorhandenen Wissens und Könnens,
- Fähigkeit zum Anwenden von Mathematik in lebensweltlichen Aufgabenstellungen,
- konstruktiver Umgang mit Fehlern,
- sinnvoller und angemessener Umgang mit didaktischem Material und technischen Hilfsmitteln.

In den Lernkontrollen sind Art und Inhalt der Aufgabenstellungen kompetenzorientiert und entsprechen dem unterrichtlichen Vorgehen. Sie spiegeln die Vielfalt der im Unterricht erarbeiteten Fertigkeiten und Kenntnisse wider und beinhalten sowohl eingeübte Verfahren als auch abgewandelte Problemstellungen.

Bei der Zusammenstellung einer schriftlichen Lernkontrolle ist darauf zu achten, dass in den Aufgaben die Anforderungsbereiche „Reproduzieren“, „Zusammenhänge herstellen“ und „Verallgemeinern und Reflektieren“ angemessen repräsentiert sind, wobei der Schwerpunkt auf dem Anforderungsbereich II liegt. Zur Vermeidung trägen Wissens beziehen sich die Aufgaben zwar schwerpunktmäßig auf Ziele

und Inhalte des vorangegangenen Unterrichts, umfassen aber auch Problemstellungen, die im Unterricht im Rahmen von Vernetzungen wiederholt wurden.

Im Primarbereich liegt der Schwerpunkt der Lernkontrolle auf der unmittelbaren Beobachtung der Schülerinnen und Schüler. Lernstandserhebungen haben überwiegend diagnostischen Wert und dienen der Aufstellung von individuellen Förderplänen. Von Klassenarbeiten in den Jahrgängen 1 und 2 ist abzusehen. Im Verlauf des dritten und vierten Schuljahres werden die Schülerinnen und Schüler zunehmend an kurze schriftliche Lernkontrollen gewöhnt.

Im Sekundarbereich werden jeweils sechs bis acht schriftliche Lernkontrollen durchgeführt. Davon können pro Schuljahr bis zu zwei Lernkontrollen durch andere schriftliche Leistungsnachweise wie Lerntagebücher oder Portfolios ersetzt werden. Diese müssen aus der unterrichtlichen Arbeit hervorgehen, in der Schule erbracht werden und von Inhalt und Umfang aussagekräftig sein hinsichtlich des Lernstands und des Lernprozesses der einzelnen Schülerin bzw. des Schülers. Bei der Bewertung von Aufgaben in schriftlichen Lernkontrollen sollten nicht nur Endergebnisse, sondern auch Lösungswege und Teillösungen berücksichtigt werden. Eine Bewertung nach Punkten wird empfohlen.

Für Schülerinnen und Schüler mit erheblichen Beeinträchtigungen können die äußeren Bedingungen für Leistungsfeststellungen hinsichtlich eines Nachteilsausgleiches verändert werden (siehe: Erlass Sonderpädagogische Förderung, I.17 Nachteilsausgleich).

6 Aufgaben der Fachkonferenz

Die Fachkonferenz erarbeitet unter Beachtung der rechtlichen Grundlagen und der fachbezogenen Vorgaben der Materialien einen schuleigenen Arbeitsplan.

Der schuleigene Arbeitsplan ist regelmäßig zu überprüfen und weiterzuentwickeln, auch vor dem Hintergrund interner und externer Evaluation. Die Fachkonferenz trägt somit zur Qualitätsentwicklung des Fachs und zur Qualitätssicherung bei.

Die Fachkonferenz

- erarbeitet Maßnahmen zur Sicherung von Basiswissen,
- wählt Themen und Inhalte aus, die insbesondere für den Erwerb der prozessbezogenen Kompetenzen förderlich sind,
- legt die zeitliche Zuordnung innerhalb der Doppeljahrgänge fest,
- empfiehlt die Unterrichtswerke und trifft Absprachen zu sonstigen Materialien, die für das Erreichen der Kompetenzen wichtig sind,
- benennt fachübergreifende und fächerverbindende Anteile der Fachmaterialien,
- trifft Absprachen zur einheitlichen Verwendung der Fachsprache und fachbezogenen Hilfsmittel,
- trifft Absprachen über die Anzahl und Verteilung verbindlicher Lernkontrollen im Schuljahr,

- trifft Absprachen zur Konzeption und Bewertung von schriftlichen, mündlichen und fachspezifischen Lernkontrollen,
- bestimmt das Verhältnis von schriftlichen, mündlichen und fachspezifischen Leistungen bei der Festlegung der Zeugnisnote,
- berät über Differenzierungsmaßnahmen,
- initiiert und fördert Anliegen des Fachs bei schulischen und außerschulischen Aktivitäten (Nutzung außerschulischer Lernorte, Projekte, Teilnahme an Wettbewerben, etc.),
- entwickelt ein Fortbildungskonzept für die Fachlehrkräfte.